

CẤU TRÚC ĐỀ THI TOÁN VÀO 10 HÀ NỘI THEO PHÂN TÍCH CỦA MATHSPACE

Câu 1. (2,0 điểm)

- Tính giá trị biểu thức.
- Rút gọn biểu thức.
- Các bài toán liên quan.

Câu 2. (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Câu 3. (2,0 điểm)

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Phương trình bậc hai và các bài toán liên quan đến biểu thức nghiệm.
- Đồ thị hàm số bậc nhất và hàm số bậc hai và các bài toán liên quan.
- Các bài toán liên quan.

Câu 4. (3,5 điểm)

- Chứng minh tứ giác nội tiếp hoặc các điểm thuộc một đường tròn.
- Chứng minh tam giác đồng dạng; hệ thức trong tam giác.
- Câu hỏi vận dụng tích hợp kiến thức và suy luận.
- Câu hỏi vận dụng bậc cao tích hợp kiến thức và suy luận.

Câu 5. (0,5 điểm)

- Bất đẳng thức, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
- Phương trình vô tỉ.
- Hệ phương trình bậc cao.

ĐỀ THI VÀO 10 SỞ GDĐT HÀ NỘI
NĂM HỌC 2015 – 2016

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $P = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x > 0$, $x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức Q .
- 3) Tìm giá trị của x để $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2 km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Câu 3. (2,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5. \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$ (x là ẩn số).

- 1) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m .
- 2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Câu 5. (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB . Lấy điểm C trên đoạn AO (C khác A , C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K . Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K , M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D . Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N .

- 1) Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh $CA \cdot CB = CH \cdot CD$.
- 3) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của đường tròn đi qua trung điểm của DH .
- 4) Khi M di động trên cung KB , chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 6. (0,5 điểm) Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{ab}{a+b+2}$.

ĐỀ THI VÀO 10 SỞ GDĐT HÀ NỘI
NĂM HỌC 2016 – 2017

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9}$, với $x \geq 0, x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3}$.
- 3) Tìm x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m^2 . Nếu tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} - \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}.$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d) : y = 3x + m^2 - 1$ và parabol $(P) : y = x^2$.
 - (a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .
 - (b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm m để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC . Trên đoạn OC lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI kéo dài cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm đoạn DE .

- 1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
- 2) Chứng minh $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$.
- 3) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với OA , d cắt BC tại điểm K . Chứng minh HK song song với DC .
- 4) Tia CD cắt AO tại P , tia EO cắt BP tại F . Chứng minh tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật.

Câu 5. (0,5 điểm) Với các số thực x, y thỏa mãn $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y$.

ĐỀ THI VÀO 10 SỞ GDĐT HÀ NỘI
NĂM HỌC 2017 – 2018

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25}$, với $x \geq 0, x \neq 25$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B \cdot |x - 4|$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d) : y = mx + 5$.

- a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0; 5)$ với mọi giá trị của m .
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P) : y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ BC . Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I . Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K .

- 1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $NB^2 = NK \cdot NM$.
- 3) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.
- 4) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK , tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ . Vẽ đường kính ND của đường tròn (O) . Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

ĐỀ THI VÀO 10 SỞ GDĐT HÀ NỘI
NĂM HỌC 2018 – 2019

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2}{\sqrt{x} + 3}$, với $x \geq 0$, $x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (m + 2)x + 3$ và $(P): y = x^2$.

(a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

(b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số nguyên.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy điểm S là một điểm bất kỳ trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O; R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB .

1) Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO .

2) Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo \widehat{CSD} .

3) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC , cắt các đoạn thẳng CD tại điểm K . Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC .

- 4) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD . Chứng minh rằng, khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Câu 5. (0,5 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$.

ĐỀ THI VÀO 10 SỞ GDĐT HÀ NỘI
NĂM HỌC 2019 – 2020

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x} + 1)}{25 - x}$ và $B = \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5}$ với $x \geq 0$, $x \neq 25$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu 2. (2,0 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

- 2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và diện tích đáy là 0,32 m². Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$.
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$.
 - a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H .

- 1) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF .

- 3) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I , đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P . Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP .

Câu 5. (0,5 điểm) Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab$, với a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P .

ĐỀ THI THỬ CỦA MATHSPACE
NĂM HỌC 2020 – 2021

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} - \frac{8\sqrt{x}}{4-x}\right) \div \frac{\sqrt{x}+2}{1-2\sqrt{x}}$, với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq \frac{1}{4}$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A \cdot B$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 46m. Nếu tăng chiều rộng thêm 4m và giảm chiều dài đi 20% chiều dài ban đầu thì mảnh đất đó trở thành hình vuông. Tính diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật đó.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{\sqrt{y}-2} = 1 \\ x + \frac{3}{\sqrt{y}-2} = 4 \end{cases}$$
.

2) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (m-1)x - y = -1 \\ 2mx - y = 1 \end{cases}, (m \text{ là tham số}).$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 < 5$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), lấy điểm M thuộc cạnh AC . Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E , BM cắt (O) tại N , AN cắt (O) tại D , ED cắt AC tại H .

1) Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AB \parallel DE$ và $MH \cdot MC = EH^2$.

3) Chứng minh M cách đều 3 cạnh của tam giác ANE .

4) Lấy I đối xứng với M qua A , lấy K đối xứng M qua E . Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp $\triangle BIK$ có bán kính nhỏ nhất.

Câu 5. (0,5 điểm) Tìm GTLN của biểu thức $M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy}$, với $x \geq 3, y \geq 2$.

ĐỀ THI THỬ CỦA MATHSPACE
NĂM HỌC 2020 – 2021

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3}$, với $x \geq 0; x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = \frac{16}{9}$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm x để $\frac{A-1}{B} \leq \frac{-1}{2}$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hưởng ứng phong trào trồng cây vì môi trường xanh, sạch, đẹp; Một Chi đoàn Thanh niên dự định trồng 240 cây xanh trong một thời gian quy định. Do mỗi ngày Chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định là 15 cây nên không những họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày mà còn trồng thêm được 30 cây xanh nữa. Tính số cây mà Chi đoàn dự định trồng trong một ngày?

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3x}{x-2} - \frac{2}{\sqrt{y+2}} = 4 \\ \frac{2x}{x-2} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} = 5 \end{cases}$$
.

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0(1)$.

(a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.

(b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 < 5$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho điểm C nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến CA, CB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm).

1) Chứng minh 4 điểm C, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

2) Vẽ dây $AD \parallel CO$. CD cắt (O) tại E . Gọi giao điểm AE với CO là F . Chứng minh $\widehat{ECF} = \widehat{CAF}$ và $CF^2 = FE \cdot FA$.

3) AB cắt CO tại H . Chứng minh $\widehat{HEB} = \widehat{CEF}$.

4) Khi $OC = 2R$. Tính FO theo R .

Câu 5. (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{4x+5x^2} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2-3x-18}$.

ĐỀ THI THỬ CỦA MATHSPACE
NĂM HỌC 2020 – 2021

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2}{a-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1}$ và $B = \frac{a+\sqrt{a}}{a-1}$.

- 1) Rút gọn biểu thức A .
- 2) Tính giá trị biểu thức B khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.
- 3) Tìm các giá trị nguyên của a để $\frac{B}{A} > -1$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một phòng họp có 300 ghế. Vì số người đến dự họp là 357 người nên ban tổ chức phải kê thêm một hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp thêm 2 ghế nữa mới đủ chỗ ngồi. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế? Biết số ghế xếp ở mỗi hàng là như nhau.

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 - (m-2)x - m^2 + 3m - 4 = 0$, với x là ẩn.
 - (a) Giải phương trình khi $m = 1$.
 - (b) Tìm m để $|\frac{x_1}{x_2}| = 2$.
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = kx - 1$.
 - (a) Chứng tỏ rằng với mọi giá trị của k đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B .
 - (b) Chứng minh $\triangle AOB$ là tam giác vuông, (O là gốc tọa độ).

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB cố định ($AB < 2R$). Điểm C di động trên đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác CAB nhọn. Các đường cao AE, BF cắt nhau tại H .

- 1) Chứng minh tứ giác $ABEF$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Tia phân giác của \widehat{AHF} cắt CA tại M , tia phân giác của \widehat{BHE} cắt CB tại N . Chứng minh tam giác CMN cân.
- 3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN cắt tia phân giác của \widehat{ACB} tại K . Gọi P là giao điểm của MK và AH , Q là giao điểm của NK và BH . Chứng minh tứ giác $PHQK$ là hình bình hành và đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. (0,5 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 - \frac{4x^2 + 3y}{4xy}$.

ĐỀ THI THỬ CỦA MATHSPACE
NĂM HỌC 2020 – 2021

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \right) \div \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{x - 1} \right)$.

- 1) Rút gọn biểu thức A .
- 2) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình.

1) $x^2 + 3x + 2 = 0$.

2)
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 3x + 2y = 4. \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d) : y = mx + m + 1$ (với m là tham số) và parabol $(P) : y = x^2$.

- 1) Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm A có hoành độ bằng 2.
- 2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $x_1 + x_2 + x_1x_2 = \sqrt{x_2} - 3\sqrt{7 - x_1}$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Một đường thẳng d không qua O cắt đường tròn (O) tại 2 điểm A và B . Trên đường thẳng d lấy điểm C sao cho $CA < CB$. Từ C kẻ hai tiếp tuyến CM và CN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng qua O vuông góc với AB tại H cắt CN tại K .

- 1) Chứng minh bốn điểm O, C, H, N cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $KN \cdot KC = KO \cdot KH$.
- 3) Đoạn thẳng CO cắt đường tròn (O) tại I . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CMN .
- 4) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt các tia CM, CN lần lượt tại E và F . Xác định vị trí của C trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

Câu 5. (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $(\sqrt{x} + 1) \cdot (\sqrt{y} + 1) \geq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$.

ĐỀ THI THỬ CỦA MATHSPACE
NĂM HỌC 2020 – 2021

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} - \frac{10 - 5\sqrt{x}}{x - 5\sqrt{x} + 6}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

- 1) Tìm giá trị biểu thức A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.
- 2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$.
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A \div B$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

Lớp 9E được phân công trồng 600 cây xanh. Lớp dự định chia đều cho số học sinh nhưng khi lao động có 10 bạn vắng nên mỗi bạn phải trồng thêm 3 cây mới xong. Hỏi lớp 9E có bao nhiêu bạn học sinh?

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{1}{y} = 5 \\ 3\sqrt{x+1} - \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$
.

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d) : y = mx - m + 1$ và parabol $(P) : y = x^2$.
 - (a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 3$.
 - (b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 1$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , qua M kẻ tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MDC với đường tròn (D nằm giữa M và C). Gọi H là giao điểm của AB với OM . Gọi I là trung điểm của CD .

- 1) Chứng minh năm điểm M, A, B, I, O cùng nằm trên một đường tròn.
- 2) Chứng minh $MD \cdot MC = MH \cdot MO$.
- 3) Chứng minh $\widehat{DHM} = \widehat{ODC}$.
- 4) Chứng minh rằng khi M di chuyển trên tia đối của tia DC thì AB luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. (0,5 điểm) Tìm m để hệ phương trình có 1 nghiệm (x, y) duy nhất

$$\begin{cases} \sqrt{x - 2\sqrt{x+2} + 3} + x - 3 = 0 \\ x + y^2 - 2(m+1)y + \sqrt{2}(m+2) - 1 = 0 \end{cases}.$$