

Câu I (2,0 điểm).

- Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} + 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18}$.
- Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2;3)$.

Câu II (3,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 3}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$ và $x \neq \frac{1}{4}$).

Tìm tất cả các giá trị của x để $B < 0$.

3. Cho phương trình $x^2 - (2m + 5)x + 2m + 1 = 0$ (1), với x là ẩn, m là tham số.

a. Giải phương trình (1) khi $m = -\frac{1}{2}$.

b. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III (1,5 điểm).

Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp 9A và 9B ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Câu IV (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (C) tâm O bán kính R . Hai đường cao AE và BK của tam giác ABC cắt nhau tại H (với E thuộc BC , K thuộc AC).

1. Chứng minh tứ giác $ABEK$ nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh $CE \cdot CB = CK \cdot CA$.

3. Chứng minh $\widehat{OCA} = \widehat{BAE}$.

4. Cho B, C cố định và A di động trên (C) nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện tam giác ABC nhọn; khi đó H thuộc một đường tròn (T) cố định. Xác định tâm I và tính bán kính r của đường tròn (T) , biết $R = 3\text{ cm}$.

Câu V (0,5 điểm).

Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2a + 3b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b.$$

-----HẾT-----

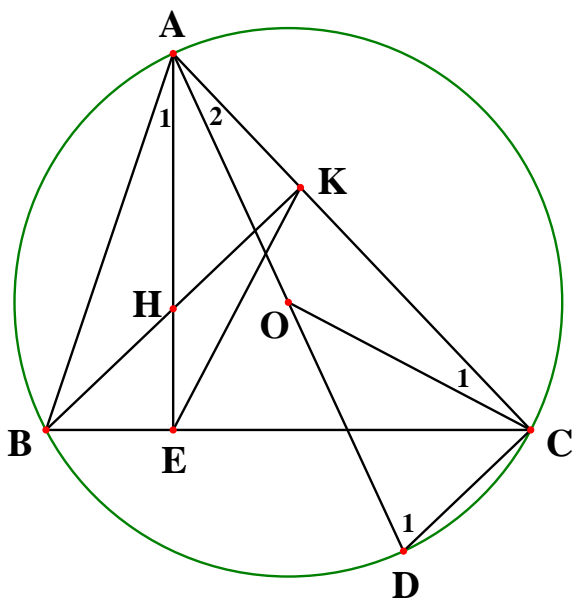
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Nguyễn Văn Tuấn Số báo danh: 180 598

Giám thị 1 (họ tên và ký): Trần Hải Phan Giám thị 2 (họ tên và ký):

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I (2,0đ)	1)	$A = \sqrt{25} + 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} = 5 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 5$ Vậy $A = 5$.	1.0
	2)	Vì đồ thị hàm số $y = 2x + m$ đi qua điểm $K(2; 3)$ nên ta có: $2.2 + m = 3 \Leftrightarrow m = -1$ Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.	1.0
Câu II (3,0đ)	1)	$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 3y = 30 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3.3 + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3; 1)$.	0.75
	2)	Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq \frac{1}{4}$, ta có: $B = \left(\frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 3}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1}$ $= \left[\frac{\sqrt{x}(x + \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(2\sqrt{x} - 1)}$ $= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} - 1}$ $= \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} - 1}$ $= \frac{2\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x} - 1}$ $B < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x} - 1} < 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 < 0 \text{ (do } 2\sqrt{x} + 3 > 0)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{4}$ Vậy với $0 \leq x < \frac{1}{4}$ thì $B < 0$.	1.0
	3a)	Phương trình $x^2 - (2m + 5)x + 2m + 1 = 0$ (1) Khi $m = -\frac{1}{2}$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ Vậy khi $m = -\frac{1}{2}$ thì phương trình (1) có tập nghiệm $S = \{0; 4\}$.	0.5

	3b)	$\Delta = (2m + 5)^2 - 4(2m + 1) = 4m^2 + 12m + 21 = (2m + 3)^2 + 12 > 0 \quad \forall m$ $\Rightarrow \text{Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.}$ <p>Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 5 \\ x_1 x_2 = 2m + 1 \end{cases}$</p> <p>Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm dương là:</p> $\begin{cases} 2m + 5 > 0 \\ 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ <p>Ta có:</p> $P^2 = (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = (x_1 + x_2) - 2\sqrt{x_1 x_2}$ $= 2m + 5 - 2\sqrt{2m + 1} = (2m + 1 - 2\sqrt{2m + 1} + 1) + 3$ $= (\sqrt{2m + 1} - 1)^2 + 3 \geq 3$ $\Rightarrow P \geq \sqrt{3} \quad (\text{do } P > 0)$ <p>Dấu “=” xảy ra</p> $\Leftrightarrow \sqrt{2m + 1} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2m + 1} = 1 \Leftrightarrow m = 0 \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$ <p>Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm. Khi đó $\min P = \sqrt{3}$.</p>	0.75
<p>Câu III (1,5đ)</p>		<p>Gọi số học sinh của lớp 9A, 9B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$).</p> <p>\Rightarrow Lớp 9A ủng hộ $6x$ quyển sách giáo khoa và $3x$ quyển sách tham khảo, lớp 9B ủng hộ $5y$ quyển sách giáo khoa và $4y$ quyển sách tham khảo.</p> <p>Ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} 9x + 9y = 738 \\ (6x + 5y) - (3x + 4y) = 166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + y = 166 \end{cases}$ <p>Giải hệ được: $\begin{cases} x = 42 \\ y = 40 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$</p> <p>Vậy lớp 9A có 42 học sinh, lớp 9B có 40 học sinh.</p>	1.5
<p>Câu IV (3,0đ)</p>			0.25

	<p>Tứ giác ABEK có: $AEB = 90^0$ ($AE \perp BC$) 1) $AKB = 90^0$ ($BK \perp AC$) $\Rightarrow AEB + AKB = 180^0$ \Rightarrow Tứ giác ABEK nội tiếp</p>	0.5
	<p>ΔCEA và ΔCKB có: ACB chung ; $CEA = CKB = 90^0$ 2) $\Rightarrow \Delta CEA \simeq \Delta CKB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CE}{CK} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow CE.CB = CK.CA$</p>	0.5
	<p>Vẽ đường kính AD của (O). ΔABE vuông tại E nên $A_1 + ABC = 90^0$ Mà $ABC = D_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O)) $\Rightarrow A_1 + D_1 = 90^0$ (1) ΔACD có $ACD = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) 3) $\Rightarrow A_2 + D_1 = 90^0$ Mặt khác, $A_2 = C_1$ (ΔOAC cân tại O) $\Rightarrow C_1 + D_1 = 90^0$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow A_1 = C_1$ Nhận xét: Nếu vẽ đường kính CD thì chứng minh nhanh hơn nhưng không tiện cho phần 4.</p>	0.75
	<p>Gọi I là điểm đối xứng với O qua BC, OI cắt BC tại N $\Rightarrow N$ là trung điểm của OI, BC và các điểm I, N cố định. Ta thấy $BH \parallel CD$ (cùng $\perp AC$) Tương tự: $CH \parallel BD$ \Rightarrow Tứ giác BHCD là hình bình hành $\Rightarrow N$ là trung điểm của BC thì N cũng là trung điểm của HD 4) ΔAHD có ON là đường trung bình $\Rightarrow AH = 2ON$ $\Rightarrow AH = OI (= 2ON)$ Lại có $AH \parallel OI$ (cùng $\perp BC$) \Rightarrow Tứ giác AHIO là hình bình hành $\Rightarrow IH = OA = R = 3$ (cm) $\Rightarrow H$ thuộc đường tròn (I; 3cm) cố định. Nhận xét: Nếu cố định điểm A, cạnh BC di động nhưng có độ dài không đổi thì AH không đổi, do đó H di chuyển trên (A; R') cố định, với R' bằng 2 lần khoảng cách từ O đến BC.</p>	1.0
Câu V (0,5đ)	$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b$ $= \left(\frac{2002}{a} + 8008a \right) + \left(\frac{2017}{b} + 2017b \right) - 2506(2a + 3b)$	0.5

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si và sử dụng giả thiết $2a + 3b \leq 4$, ta có:

$$Q \geq 2\sqrt{\frac{2002}{a} \cdot 8008a} + 2\sqrt{\frac{2017}{b} \cdot 2017b} - 2506.4$$

$$Q \geq 8008 + 4034 - 10024 = 2018$$

Dấu “=” xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2002}{a} = 8008a \\ \frac{2017}{b} = 2017b \\ 2a + 3b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \min Q = 2018 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu I. (2,5 điểm)

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$$
- Rút gọn biểu thức $P = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$

Câu II. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1), với m là tham số

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m . Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận $x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2$ và $x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2$ là nghiệm.

Câu III. (1,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Câu IV. (3,5 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(A, B$ là các tiếp điểm). Lấy điểm C trên cung nhỏ AB (C không trùng với A và B). Từ điểm C kẻ CD vuông góc với AB, CE vuông góc với MA, CF vuông góc với MB ($D \in AB, E \in MA, F \in MB$). Gọi I là giao điểm của AC và DE, K là giao điểm của BC và DF . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $ADCE$ nội tiếp một đường tròn.
- Hai tam giác CDE và CFD đồng dạng.
- Tia đối của CD là tia phân giác của góc \widehat{ECF} .
- Đường thẳng IK song song với đường thẳng AB .

Câu 5. (1,0 điểm)

- Giải phương trình $(x^2 - x + 1)(x^2 + 4x + 1) = 6x^2$.
- Cho bốn số thực dương x, y, z, t thỏa mãn $x + y + z + t = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(x+y+z)(x+y)}{xyzt}$.

-----Hết-----

(Đề này gồm có 01 trang)

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN: (Nguyễn Mạnh Tuấn)

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I (2,5đ)	1)	$\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ phương trình là (2; 3).</p>	1.0
	2)	$P = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-2-\sqrt{x}-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ <p>Vậy $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$.</p>	1.5
Câu II (2,0đ)	1)	<p>Khi $m = 2$, ta có phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$ Vì $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 3$ Vậy khi $m = 2$ thì phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 3$.</p>	0.75
		$\Delta' = 1 > 0 \forall m$ \Rightarrow Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt	0.5
	2)	<p>Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$</p> <p>Biến đổi phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 = 1$ $\Rightarrow x^3 - 2mx^2 + m^2x = x$ $\Leftrightarrow x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2 = x - 2$ Vì x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình nên: $(x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2) + (x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2) = (x_1 - 2) + (x_2 - 2)$ $= x_1 + x_2 - 4 = 2m - 4$ $(x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2) \cdot (x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2) = (x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2)$ $= x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 = m^2 - 1 - 2 \cdot 2m + 4 = m^2 - 4m + 3$ \Rightarrow Phương trình cần lập là: $x^2 - (2m - 4)x + m^2 - 4m + 3 = 0$.</p>	0.75
Câu III (1,0đ)		<p>Gọi số học sinh nam là x ($x \in \mathbb{N}^*; x < 15$) \Rightarrow Số học sinh nữ là $15 - x$.</p> <p>Mỗi bạn nam trồng được $\frac{30}{x}$ (cây), mỗi bạn nữ trồng được $\frac{36}{15-x}$ (cây). Vì mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây nên ta có phương trình: $\frac{30}{x} - \frac{36}{15-x} = 1$ Giải phương trình được: $x_1 = 75$ (loại); $x_2 = 6$ (nhận)</p>	1.0

		Vậy nhóm có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ.	
			0.25
Câu IV (3,5đ)	1)	<p>Tứ giác ADCE có: $ADC = 90^0 (CD \perp AB)$ $AEC = 90^0 (CE \perp MA)$ $\Rightarrow ADC + AEC = 180^0$ \Rightarrow Tứ giác ADCE nội tiếp</p>	1.0
	2)	<p>Tứ giác ADCE nội tiếp $\Rightarrow A_1 = D_1$ và $A_2 = E_1$ Chứng minh tương tự, ta có $B_2 = D_2$ và $B_1 = F_1$ Mà $A_1 = B_1 \left(= \frac{1}{2} sđAC \right)$ và $A_2 = B_2 \left(= \frac{1}{2} sđBC \right)$ $\Rightarrow D_1 = F_1$ và $D_2 = E_1$ $\Rightarrow \triangle CDE \cong \triangle CFD$ (g.g)</p>	0.75
	3)	<p>Vẽ Cx là tia đối của tia CD $\triangle CDE \cong \triangle CFD \Rightarrow DCE = DCF$ Mà $C_1 + DCE = C_2 + DCF (= 180^0)$ $\Rightarrow C_1 = C_2$ $\Rightarrow Cx$ là tia phân giác của ECF</p>	0.75
	4)	<p>Tứ giác CIDK có: $ICK + IDK = ICK + D_1 + D_2 = ICK + B_1 + A_2 = 180^0$ $\Rightarrow CIDK$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \hat{I}_1 = D_2 \Rightarrow \hat{I}_1 = A_2$ $\Rightarrow IK \parallel AB$</p>	0.75
Câu V (1,0đ)	1)	<p>Giải phương trình: $(x^2 - x + 1)(x^2 + 4x + 1) = 6x^2$ Cách 1: Với $x=0$, ta thấy không là nghiệm của phương trình Với $x \neq 0$, chia cả hai vế của phương trình cho x^2, ta được: $\frac{x^2 - x + 1}{x^2} \cdot \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2} = \frac{6x^2}{x^2}$ $\left(x + \frac{1}{x} - 1\right) \left(x + \frac{1}{x} + 4\right) = 6$, rồi đặt ẩn phụ là $x + \frac{1}{x} = t$ đưa về</p>	0.5

phương trình ẩn t, rồi tìm được nghiệm x.
 Cách 2: Nhân đa thức với đa thức, chuyển về đưa về phương trình bậc bốn. Nhằm nghiệm được và có nhân tử là $(x - 1)^2$ và phương trình bậc hai, dễ dàng tìm được nghiệm
 Cách 3: Đặt $y = x^2 + 1$, phương trình trở thành:

$$(y - x)(y + 4x) = 6x^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 3xy - 4x^2 = 6x^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 3xy - 10x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - 2x)(y + 5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = -5x \end{cases}$$
 Với $y = 2x$ thì $x^2 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
 Với $y = -5x$ thì $x^2 + 1 = -5x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$
 Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ 1; \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2} \right\}$

Cho 4 số thực dương x, y, z, t thỏa mãn $x + y + z + t = 2$.
 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(x + y + z)(x + y)}{xyzt}$.
 Với $x, y, z, t > 0$ theo bất đẳng thức Cô si ta có
 $x + y \geq 2\sqrt{xy}; (x + y) + z \geq 2\sqrt{(x + y)z}; (x + y + z) + t \geq 2\sqrt{(x + y + z)t}$
 Suy ra $(x + y)(x + y + z)(x + y + z + t) \geq 8\sqrt{xyzt(x + y)(x + y + z)}$
 Mà $x + y + z + t = 2$ suy ra
 $(x + y)(x + y + z) \cdot 2 \geq 8\sqrt{xyzt(x + y)(x + y + z)}$
 $\Leftrightarrow (x + y)(x + y + z) \geq 4\sqrt{xyzt(x + y)(x + y + z)}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{(x + y)(x + y + z)} \geq 4\sqrt{xyzt} \Leftrightarrow (x + y)(x + y + z) \geq 16xyzt$
 Nên $A = \frac{(x + y + z)(x + y)}{xyzt} \geq \frac{16xyzt}{xyzt} = 16$
 Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} x = y \\ x + y = z \\ x + y + z = t \\ x + y + z + t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = \frac{1}{4} \\ z = \frac{1}{2} \\ t = 1 \end{cases}$
 Vậy Min $A = 16 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{4}; z = \frac{1}{2}; t = 1$

0.5

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (2 điểm)

Không sử dụng máy tính cầm tay:

- a) Tính $\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}$;
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Câu 2. (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = -2x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x - 4$.

- a) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ;
- b) Bằng phương pháp đại số, hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Câu 3. (2.5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - (2m + 1) = 0$ (1) (m là tham số)

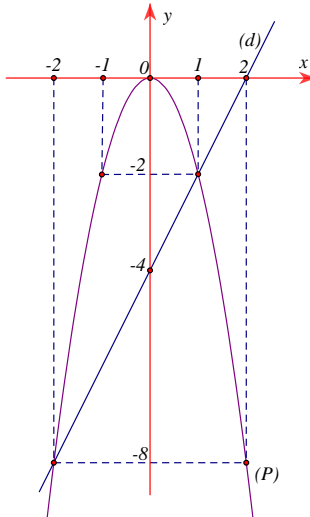
- a) Giải phương trình (1) với $m = 2$;
- b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m;
- c) Tìm m để phương trình (1) luôn có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Câu 4. (3.5 điểm)

Cho đường tròn O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lấy điểm M (M khác A). Từ M vẽ tiếp tuyến thứ hai MC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$), MB cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K và cắt CH tại N. Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác AKNH nội tiếp trong một đường tròn;
- b) $AM^2 = MK \cdot MB$;
- c) $KAC = OMB$;
- d) N là trung điểm của CH.

GỢI Ý GIẢI VÀ DỰ KIẾN THANG ĐIỂM (Trần Nguyễn Hoàng)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm											
1	a) (1,00)	$\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}$	0,50											
		$= (3 - 2 + \frac{5}{2})\sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$	0,50											
	b) (1,00)	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$	0,25											
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,50											
		Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25											
2		Vẽ (P): $y = -2x^2$: Bảng giá trị của (P):	0,25											
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = -2x^2$</td> <td style="padding: 5px;">-8</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-8</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8
	x	-2	-1	0	1	2								
	$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8								
	a) (1,00)	Vẽ (d): $y = 2x - 4$: Cho $x = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow (0; -4)$ Cho $y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2; 0)$ Vẽ (d) đi qua $(0; -4)$ và $(2; 0)$.	0,25											
		0,50												
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $-2x^2 = 2x - 4$		0,25												
b) (1,00)	$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = -8 \end{cases}$	0,25												
	Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $(1; -2)$ và $(-2; -8)$.	0,25												
3	a)	Với $m = 2$, phương trình trở thành: $x^2 - 2x - 3 = 0$	0,25											

4	(1,00)	Phương trình có: $a - b + c = 1 - (-2) + (-3)$	0,25
		\Rightarrow pt có 2 nghiệm: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$	0,25
		Vậy khi $m = 2$, pt (1) có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -1; x_2 = 3$.	0,25
	b) (0,75)	Pt (1) có: $\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot [-(2m+1)] = m^2 + 2 > 0, \forall m$.	0,50
		Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .	0,25
	c) (0,75)	Theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ P = x_1 x_2 = -(2m + 1) \end{cases}$	0,25
		Theo đề bài ta có x_1, x_2 là hai nghiệm đối nhau	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} S = 0 \\ P < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 2 = 0 \\ -(2m + 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \quad (*)$	
		Vậy khi $m = 1$, pt (1) có 2 nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.	0,25
	Hình (0,50)		
a) (1,00)		Chứng minh rằng tứ giác AKNH nội tiếp: $AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $AHN = 90^\circ$ (CH \perp AB)	0,50
		$\Rightarrow AKB + AHN = 180^\circ$	0,25
		Vậy tứ giác AKNH nội tiếp được đường tròn.	0,25
b) (0,50)		Chứng minh rằng $AM^2 = MK \cdot MB$: ΔABM vuông tại A có $AK \perp MB$	0,25
	$\Rightarrow AM^2 = MK \cdot MB$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)	0,25	

			0,25
c) (0,75)	Chứng minh rằng $KAC = OMB$: Gọi I là giao điểm của AC và OM. $MA = MC$ (tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OC = R$ $\Rightarrow OM$ là đường trung trực của AC $\Rightarrow OM \perp AC$	0,25	
	Ta có: $MIA = MKA = 90^\circ$ nhìn đoạn MA \Rightarrow Tứ giác AMKI nội tiếp đường tròn đường kính MA	0,25	
	Trong đường tròn đường kính MA: $KAI = KMI$ (nội tiếp cùng chắn IK)		
	$\Rightarrow KAC = OMB$	0,25	
d) (0,75)	Chứng minh rằng N là trung điểm của CH: $ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BC \perp AC$ $OM \perp AC$ (cmt)	0,25	
	$\Rightarrow OM \parallel BC \Rightarrow AOM = HBC$ (so le trong)		
	ΔAOM và ΔHBC có: $AOM = HBC$ và $OAM = BHC = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta AOM \sim \Delta HBC$ (g.g)		
	$\Rightarrow \frac{AM}{HC} = \frac{OA}{BH} \Rightarrow HC = \frac{AM \cdot BH}{OA} = 2 \cdot \frac{AM \cdot BH}{AB}$ (1)		
	$MA \perp AB$ và $CH \perp AB \Rightarrow CH \parallel MA$		
	ΔABM có $CH \parallel MA$ (cmt) $\Rightarrow \frac{BH}{BA} = \frac{HN}{AM}$ (hệ quả của định lý Ta-lét)		
	$\Rightarrow HN = \frac{AM \cdot BH}{AB}$ (2)	0,25	
Từ (1) và (2) $\Rightarrow HC = 2 \cdot HN \Rightarrow HN = \frac{HC}{2}$			
$\Rightarrow N$ là trung điểm của CH.	0,25		

Chú ý: Điểm nhỏ nhất trong từng phần là 0,25 đ và điểm toàn bài không làm tròn.

Câu 1: (1,5 điểm)

$$\text{Cho } A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} ; B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$$

- Tính A khi $x = 9$
- Thu gọn $T = A - B$
- Tìm x để T nguyên

Câu 2: (1,5 điểm)

$$\text{Cho phương trình } x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$$

- Giải phương trình khi $m = 0$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$

Câu 3:

Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 24m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2m và giảm độ dài cạnh còn lại 1m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $1m^2$. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Câu 4 (4 điểm):

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

- Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

$$c) \frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$$

Câu 5: (1 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương. CMR:

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq a^3 + b^3 + c^3$$

ĐÁP AN (Nguyễn Phương Tú)**Câu 1:**

a) Khi $x = 9$: ta được $A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9} - 2} = 3$

b) ĐK: $x \geq 0, x \neq 4$

$$\begin{aligned} T = A - B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \left(\frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4\sqrt{x}}{x - 4} \right) \\ &= \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 2) - 2 \cdot (\sqrt{x} - 2) - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4 - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)} \end{aligned}$$

c) $T = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} + 2 - 4}{\sqrt{x} + 2} = 1 - \frac{4}{\sqrt{x} + 2}$

T nguyên khi 4: $\sqrt{x} + 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = \pm 1; \pm 2; \pm 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 2 = 1(\text{loại}) \\ \sqrt{x} + 2 = -1(\text{loại}) \\ \sqrt{x} + 2 = 2 \\ \sqrt{x} + 2 = -2(\text{loại}) \\ \sqrt{x} + 2 = 4 \\ \sqrt{x} + 2 = -4(\text{loại}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \text{ (KTMDK)} \end{cases}$$

Vậy $x = 0$.

Câu 2:

a) khi $m = 0$ phương trình trở thành:

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

b) $a = 1, b = -2m, b' = -m, c = -6m - 9$

$$\Delta = b'^2 - ac = m^2 + 6m + 9 = (m - 3)^2 \geq 0, \forall m$$

Phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

Theo hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -6m - 9 \end{cases}$$

$$\text{*Phương trình có 2 nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow -6m - 9 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{2}$$

*Ta có

$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13$$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 - 2(-6m - 9) - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 12m + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-5}{2} \text{ (KTMDK)} \\ m = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{-1}{2}$$

Câu 3:

Gọi $x(m)$ là cạnh thứ nhất của mảnh đất hình chữ nhật

$y(m)$ là cạnh thứ hai của mảnh đất hình chữ nhật.

ĐK: $0 < x < 12, 1 < y < 12$

Diện tích mảnh đất ban đầu: $x \cdot y \text{ (m}^2\text{)}$

Theo đề ta có phương trình: $2(x + y) = 24 \text{ (m)} \text{ (1)}$

Giả sử tăng cạnh thứ nhất $2m$ và giảm cạnh thứ hai $1m$.

Độ dài cạnh thứ nhất khi tăng $2m$: $x + 2 \text{ (m)}$

Độ dài cạnh còn lại khi giảm $1m$: $y - 1 \text{ (m)}$

Diện tích mảnh đất khi thay đổi: $(x + 3)(y - 1) \text{ (m}^2\text{)}$

Theo đề ta có phương trình: $(x + 3)(y - 1) - xy = 1 \text{ (2)}$

Từ (1) (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 24 \\ (x + 2)(y - 1) - xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy kích thước mảnh đất lúc đầu là: $7m, 5m$.

Câu 4:

a) Chứng minh:

Ta có: $MF \perp AB$ nên $MFB = 90^\circ$ $MD \perp BC$ nên $MDB = 90^\circ$

Tứ giác MDBF có

$$MFB + MDB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Do đó tứ giác MDBF nội tiếp

Suy ra 4 điểm M, D, B, F cùng thuộc 1 đường tròn.

Ta có: $MD \perp BC$ nên $MDC = 90^\circ$ $MF \perp AC$ nên $MFC = 90^\circ$ Suy ra $MDC = MFC = 90^\circ$

Suy ra D, F cùng nhìn MC dưới 1 góc bằng nhau.

Do đó 4 điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Vì tứ giác MDBF nội tiếp

Nên: $M_1 = D_1$ (cùng chắn cung BF)Vì tứ giác MDEC nội tiếp nên $M_2 = D_2$

Mặt khác tứ giác MBAC nội tiếp

Nên $B_1 = C$ (góc ngoài của tứ giác nội tiếp)Do đó $M_1 = M_2$ (cùng phụ với $B_1; C$)Suy ra: $D_1 = D_2$ Mà $D_2 + BDE = 180^\circ$ Nên $D_1 + BDE = 180^\circ$

Hay D, E, F thẳng hàng.

c) Ta có

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \frac{AE + EC}{ME} + \frac{AF - FC}{MF} = \frac{AE}{ME} + \frac{EC}{ME} + \frac{AF}{MF} - \frac{FC}{MF}$$

$$= \tan \text{AME} + \tan M_2 + \tan \text{AMF} - \tan M_1$$

Mà $M_1 = M_2$ nên

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \tan \text{AME} + \tan \text{AMF}$$

Mặt khác: tứ giác AFME nội tiếp nên

$$\text{AME} = \text{AFE} = \text{BMD}$$

(Bạn đọc tự nhìn vào hình vẽ)

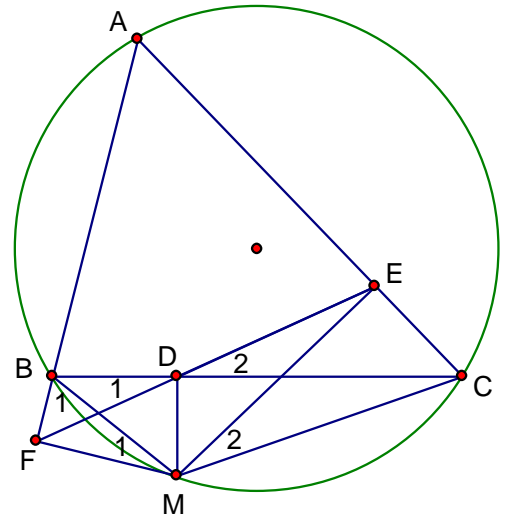
$$\text{AMF} = \text{AEF} = \text{DMC}$$

Do đó

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \tan \text{AME} + \tan \text{AMF}$$

$$= \tan \text{BMD} + \tan \text{MDC}$$

$$= \frac{BD}{MD} + \frac{DC}{MD} = \frac{BD + DC}{MD} = \frac{BC}{MD} \text{ (dpcm)}$$



Câu 5:

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} = \frac{a^6}{abc} + \frac{b^6}{abc} + \frac{c^6}{abc} = \frac{(a^3)^2}{abc} + \frac{(b^3)^2}{abc} + \frac{(c^3)^2}{abc}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz:

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} = \frac{(a^3)^2}{abc} + \frac{(b^3)^2}{abc} + \frac{(c^3)^2}{abc} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)^2}{abc + abc + abc} = \frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^3 + b^3 + c^3)}{3abc}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho 3 số a^3, b^3, c^3 ta được:

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq 3\sqrt[3]{a^3 b^3 c^3} = 3abc$$

Do đó

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^3 + b^3 + c^3)}{3abc} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)3abc}{3abc} = a^3 + b^3 + c^3$$

(đpcm)

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (1 điểm) Rút gọn biểu thức sau:

1) $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27}$; 2) $B = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$.

Bài 2: (1,5 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4x + 9$.

- 1) Vẽ đồ thị (P);
- 2) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) song song (d) và (d_1) tiếp xúc (P).

Bài 3: (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$. Tính $P = (x + y)^{2017}$ với x, y vừa tìm được.

2) Cho phương trình $x^2 - 10mx + 9m = 0$ (1) (m là tham số)

- a) Giải phương trình (1) với $m = 1$;
- b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1 - 9x_2 = 0$.

Bài 4: (1,5 điểm)

Hai đội công nhân đắp đê ngăn triều cường. Nếu hai đội cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội đắp xong đê trong bao nhiêu ngày?

Bài 5: (3,5 điểm)

Ta giác AMB cân tại M nội tiếp trong đường tròn (O; R). Kẻ MH vuông góc AB ($H \in AB$), MH cắt đường tròn tại N. Biết $MA = 10\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$.

- a) Tính MH và bán kính R của đường tròn;
- b) Trên tia đối tia BA lấy điểm C. MC cắt đường tròn tại D, ND cắt AB tại E. Chứng minh tứ giác MDEH nội tiếp và chứng minh các hệ thức sau:
 $NB^2 = NE \cdot ND$ và $AC \cdot BE = BC \cdot AE$;
- c) Chứng minh NB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

.....Hết.....

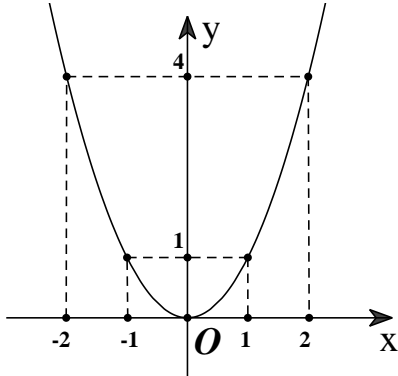
ĐÁP ÁN:

Bài 1:

- 1) $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
- 2) $B = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 1 = 2$

Bài 2:

- 1) parabol (P) qua 5 điểm $(0;0)$, $(1;1)$, $(-1;1)$, $(2;4)$, $(-2;4)$



- 2) (d_1) song song $(d) \Rightarrow (d_1): y = 4x + b$ ($b \neq 9$)
 (d_1) tiếp xúc (P) khi phương trình hoành độ giao điểm của hai đường
 $x^2 = 4x + b \Leftrightarrow x^2 - 4x - b = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow 4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -4$
 $\Rightarrow (d_1): y = 4x - 4$

Bài 3:

- 1) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 5y = 25 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$
 $P = (2 - 1)^{2017} = 1$

- 2) $x^2 - 10mx + 9m = 0$ (1)

a) $m = 1 \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$ có $a + b + c = 1 - 10 + 9 = 0$ nên có 2 nghiệm

phân biệt $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = 9$

b) Điều kiện (1) có 2 nghiệm phân biệt là $25m^2 - 9m > 0$ (*)
Theo Viét, theo đề, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 10m \\ x_1 - 9x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x_2 = 10m \\ x_1 - 9x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m \\ x_1 = 9m \\ 9m^2 - 9m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m \\ x_1 = 9m, (*) \Rightarrow m = 1 \\ \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases} \end{cases}$$

Bài 4:

Cách 1: Gọi x (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội I ($x > 6$), y (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội II ($y > 6$). Ta có phương trình $x - y = 9$.

Trong 1 ngày lượng công việc làm được của đội I là $\frac{1}{x}$, đội II là $\frac{1}{y}$. Ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x - y = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ \frac{1}{9 + y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ y^2 - 3y - 54 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ y = 9 \\ y = -6(l) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 9 \end{cases}$$

Vậy thời gian làm một mình xong việc của đội I là 18 (ngày), đội II là 9 (ngày).

Cách 2: Gọi x (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội I ($x > 9$), $x - 9$ (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội II.

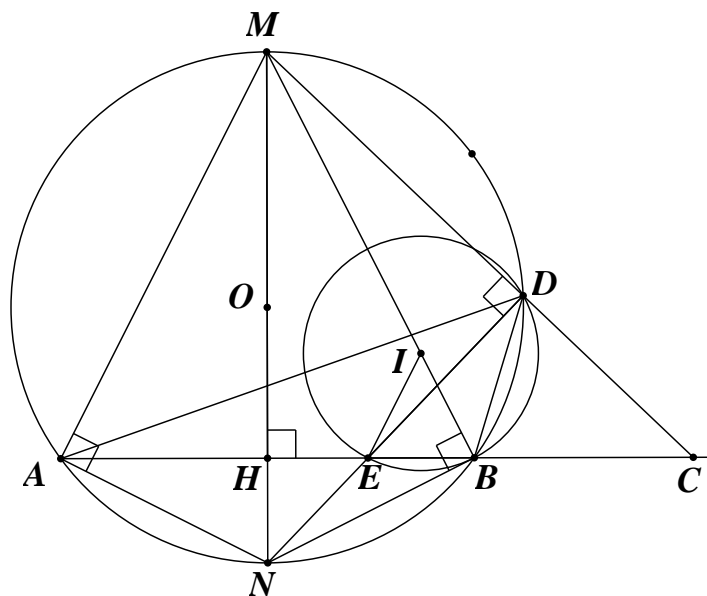
Trong 1 ngày lượng công việc làm được của đội I là $\frac{1}{x}$, đội II là $\frac{1}{x-9}$. Ta có phương

$$\text{trình } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Giải phương trình: } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 - 21x + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ x = 3(l) \end{cases} (\Delta = 225)$$

Vậy thời gian làm một mình xong việc của đội I là 18 (ngày), đội II là 9 (ngày).

Bài 5:



a) Theo t/c đường kính và dây cung $\Rightarrow H$ trung điểm $AB \Rightarrow AH = 6\text{cm}$

$$\Delta AMH \text{ vuông tại } H \Rightarrow MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$$

ΔAMN vuông tại A , đường cao AH

$$\Rightarrow AH^2 = HM \cdot HN \Rightarrow HN = \frac{AH^2}{MH} = \frac{36}{8} = 4,5\text{cm}$$

$$\text{Bán kính } R = \frac{MN}{2} = \frac{MH + HN}{2} = \frac{8 + 4,5}{2} = 6,25\text{cm}$$

b) $MDN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $MHE = 90^\circ$ ($MH \perp AB$)

$\Rightarrow MDE + MHE = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác MDEH nội tiếp.

$\triangle NBE$ và $\triangle NDB$ có góc N chung, $\widehat{NBE} = \widehat{NDB}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau là cung NA, NB – t/c đường kính và dây cung)

$\triangle NBE$ đồng dạng $\triangle NDB \Rightarrow \frac{NB}{ND} = \frac{NE}{NB} \Rightarrow NB^2 = NE \cdot ND$

Ta có cung NA bằng cung NB (t/c đường kính và dây cung) \Rightarrow góc ADE bằng góc EDB \Rightarrow DE là phân giác trong của $\triangle ABD$.

Vì $ED \perp DC \Rightarrow DC$ là phân giác ngoài $\triangle ABD$

$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EB} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow AC \cdot BE = BC \cdot AE$

c) Kẻ $EI \parallel AM$ ($I \in BM$) $\Rightarrow \triangle AMB$ đồng dạng $\triangle EIB \Rightarrow \triangle EIB$ cân tại I $\Rightarrow IE = IB$.

Gọi (O') là đường tròn tâm I ngoại tiếp $\triangle EBD'$.

Ta có $NB \perp BM$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O) $\Rightarrow BN \perp BI \Rightarrow$

BN là tiếp tuyến đường tròn $(O') \Rightarrow \widehat{EBN} = \widehat{ED'B}$ (cùng chắn cung BE)

Mặt khác trên đường tròn (O) , $\widehat{EBN} = \widehat{EDB}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau NA, NB) $\Rightarrow D$ nằm trên đường tròn (O')

$\Rightarrow NB$ tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

ĐỀ THI TOÁN VÀO LỚP 10 TỈNH BÀ RỊA-VŨNG TÀU
NĂM HỌC: 2017-2018
Thời gian: 120 phút

Bài 1(2điểm)

- a) $x^2 - 3x + 2 = 0$
b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$
c) Rút gọn biểu thức $A = \frac{3x}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{9x}}{3} - \sqrt{4x} (x \geq 0)$

Bài 2(2điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ (P) và $y = 2x - m$ (d)

- a) Vẽ (P)
b) Tìm tất cả các giá trị của m để (P) và (d) có một điểm chung duy nhất

Bài 3(1điểm)

Một xưởng mỹ nghệ dự định sản xuất thủ công một lô hàng gồm 300 cái giỏ tre. Trước khi tiến hành, xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân nên số giỏ tre phải làm của mỗi người giảm 3 cái so với dự định. Hỏi lúc dự định, xưởng có bao nhiêu công nhân? Biết năng suất làm việc của mỗi người như nhau.

Bài 4 (3đ)

Cho nửa đường tròn (O;R) có đường kính AB. Trên OA lấy điểm H (H khác O, H khác A). Qua H dựng đường thẳng vuông góc với AB, đường thẳng này cắt nửa đường tròn tại C. Trên cung BC lấy điểm M (M khác B, M khác C). Dựng CK vuông góc với AM tại K.

- a) Chứng minh tứ giác ACKH nội tiếp đường tròn
b) Chứng minh $\widehat{CHK} = \widehat{CMB}$
c) Gọi N là giao điểm của AM và CH. Tính theo R giá trị biểu thức $P = AM \cdot AN + BC^2$

Bài 5(1đ)

- a) Giải phương trình: $6\left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 + \frac{x^2 - 12x - 12}{x+1} = 0$
b) Cho a, b là hai số thực tùy ý sao cho phương trình $4x^2 + 4ax - b^2 + 2 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 . Tìm GTNN của biểu thức:

$$P = (x_1 + x_2)^2 + b(x_1 + x_2) - 8x_1x_2 + \frac{1+2b(x_1+x_2)}{a^2}$$

Bài 6(0,5đ) Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau tại D. OD cắt BC tại E. Qua D vẽ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt AC tại K. đường thẳng OK cắt AB tại F. Tính tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta ABC}}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH THPT 2017 – 2018.
(TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU).

Câu 1 (2,5 điểm):

a) Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$.

c) Rút gọn biểu thức $A = \frac{3x}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{9x}}{3} - \sqrt{4x} \ (x > 0)$.

Giải:

a) Cách 1: Do $1 + (-3) + 2 = 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Cách 2: $\Delta = (-3)^2 - 4.2 = 1 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-(-3)-1}{2} = 1; x_2 = \frac{-(-3)+1}{2} = 2$.

b) Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 4 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.

c) $A = \frac{3x}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{9x}}{3} - \sqrt{4x} = \frac{3(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}}{3} - 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 2\sqrt{x}$.

Câu 2 (2,0 điểm): Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - m$, (m là tham số).

a) Vẽ parabol (P) .

b) Tìm tất cả giá trị của m để (P) và (d) có điểm chung duy nhất.

Giải:

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 = 2x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$ (*).

(P) và (d) có điểm chung duy nhất \Leftrightarrow (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm):

Một xưởng mỹ nghệ dự định sản xuất thủ công một lô hàng gồm 300 cái giỏ tre. Trước khi tiến hành, xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân, nên số giỏ tre phải làm của mỗi người giảm 3 cái so với dự định. Hỏi lúc dự định, xưởng có bao nhiêu công nhân? Biết năng suất làm việc của mỗi người là như nhau.

Giải:

Gọi x là số công nhân ban đầu của xưởng ($x > 0$). Khi đó, theo dự định mỗi công nhân phải làm $\frac{300}{x}$ cái giô.

Sau khi xưởng được bổ sung 5 công nhân thì số giô mỗi người phải làm là $\frac{300}{x+5}$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3 \Leftrightarrow 300(x+5-x) = 3x(x+5)$

$$\Leftrightarrow x(x+5) = 500 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -25 \end{cases}$$

Kiểm tra điều kiện ta chọn $x = 20$. Vậy lúc dự định, xưởng có 20 công nhân.

Câu 4 (3,0 điểm) :

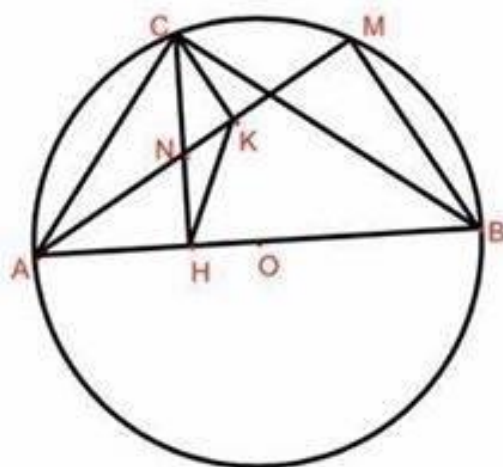
Cho nửa đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Trên đoạn OA lấy điểm H (H khác O , H khác A). Qua H dựng đường thẳng vuông góc với AB , đường thẳng này cắt nửa đường tròn tại C . Trên cung BC lấy điểm M (M khác B , M khác C). Dựng CK vuông góc với AM tại K .

a) Chứng minh tứ giác $ACKH$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{CHK} = \widehat{CBM}$.

c) Gọi N là giao điểm của AM và CH . Tính theo R , giá trị của biểu thức : $P = AM \cdot AN + BC^2$.

Giải :



a) Ta có $\widehat{CHA} = \widehat{CKA} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ACKH$ nội tiếp đường tròn đường kính AC .

b) $\widehat{CHK} = \widehat{CAK} = \widehat{CAM}$ (do tứ giác $ACKH$ nội tiếp). Mà $\widehat{CAM} = \widehat{CBM}$ (cùng chắn cung CM). Vậy $\widehat{CHK} = \widehat{CBM}$.

c) Ta có $\widehat{ACN} = \widehat{ABC} (= 90^\circ - \widehat{HCB})$; $\widehat{ABC} = \widehat{AMC} \Rightarrow \widehat{ACN} = \widehat{AMC}$

Do đó hai tam giác ACN, AMC đồng dạng (g-g) $\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow AM \cdot AN = AC^2$

C thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên tam giác ABC vuông tại C $\Rightarrow AC^2 + BC^2 = AB^2$

Vậy $P = AM \cdot AN + BC^2 = AB^2 = 4R^2$.

Câu 5 (1,0 điểm) :

a) Giải phương trình $6\left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 + \frac{x^2 - 12x - 12}{x+1} = 0$.

b) Cho a, b là hai số thực tùy ý sao cho phương trình $4x^2 + 4ax - b^2 + 2 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x_1 + x_2)^2 + b(x_1 + x_2) - 8x_1x_2 + \frac{1 + 2b(x_1 + x_2)}{a^2}$.

Giải :

a) Điều kiện $x \neq -1$.

Phương trình $\Leftrightarrow 6\left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 + \frac{x^2}{x+1} - 12 = 0$. Đặt $t = \frac{x^2}{x+1}$, phương trình có dạng $6t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Với $t = \frac{4}{3}$ ta được $\frac{x^2}{x+1} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$

Với $t = -\frac{3}{2}$ ta được $\frac{x^2}{x+1} = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 3 = 0$ ($\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -15 < 0$) vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tập hợp nghiệm $S = \left\{2; -\frac{2}{3}\right\}$.

b) (Điều kiện $a \neq 0$). Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2$.

Theo định lý Vi - ét, ta được : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1x_2 = \frac{-b^2 + 2}{4} \end{cases}$

Ta có $P = (x_1 + x_2)^2 + b(x_1 + x_2) - 8x_1x_2 + \frac{1 + 2b(x_1 + x_2)}{a^2} = a^2 - ab + 2b^2 - 4 + \frac{1 - 2ab}{a^2}$

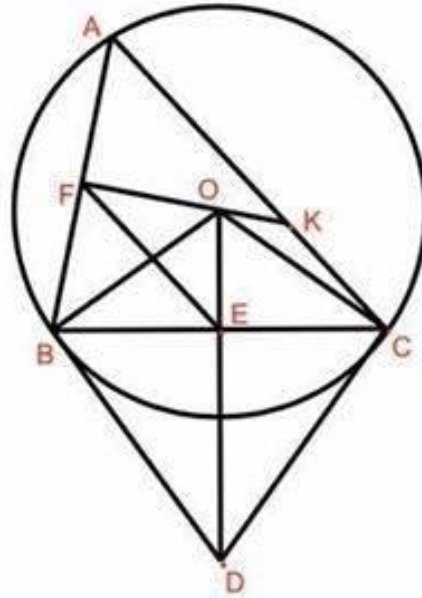
$= (a^2 - ab + b^2) + \left(b^2 + \frac{1 - 2ab}{a^2}\right) - 4 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) + \frac{1}{2}(a - b)^2 + \left(b - \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \geq \frac{1}{2}(a^2 + b^2) - 4 \geq -3$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b = \frac{1}{a} \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ a = b = -1 \end{cases}$. Vậy $\min P = -3$.

Câu 6 (0,5 điểm) :

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D. OD cắt BC tại E. Qua D vẽ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt AC tại K. Đường thẳng OK cắt AB tại F. Tính tỉ số diện tích $\frac{S_{BEF}}{S_{ABC}}$.

Giải :



Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{DBC}$ (cùng chắn cung BC), $\widehat{BAC} = \widehat{DKC}$ (đồng vị) $\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DKC} \Rightarrow$ tứ giác DBKC nội tiếp.

Mà $\widehat{OBD} = \widehat{OCD} = 90^\circ$ nên các điểm B, C, D thuộc đường tròn đường kính OD $\Rightarrow K$ cũng thuộc đường tròn đường kính OD $\Rightarrow OK \perp KD \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow F$ là trung điểm của AB.

Do $OB = OC, DB = DC \Rightarrow OD$ là trung trực của BC $\Rightarrow E$ là trung điểm của BC.

Hai tam giác BEF và BAC đồng dạng có tỉ lệ đồng dạng là $\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{BEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$.

Câu 1 (2,0 điểm) giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a) $2x^2 - 9x + 10 = 0$ b) $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$ c) $(x-1)^4 - 8(x-1)^2 - 9 = 0$

Câu 2 (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ lần lượt là các giao điểm của (P) và (d) . Tính giá trị của biểu thức: $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$.

Câu 3 (1,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1}\right)$, ($x > 0; x \neq 1$). Rút gọn biểu thức P và tìm các giá trị của x để $P > 1$.

Câu 4 (1,0 điểm). Để chuẩn bị tham gia hội khỏe phù đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm lớp 9A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp một nữ). Thầy Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

Câu 5 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - (m+4)x - 2m^2 + 5m + 3 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho tích của hai nghiệm này bằng -30 . Khi đó, tính tổng hai nghiệm của phương trình.

Câu 6 (3,5 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm D và E . Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng CD và BE .

a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp trong một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này.

b) Gọi M là giao điểm của AH và BC . Chứng minh $CM \cdot CB = CE \cdot CA$.

c) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn O .

d) Tính theo R diện tích của tam giác ABC , biết $\angle ABC = 45^\circ, \angle ACB = 60^\circ$ và $BC = 2R$.

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ TOÁN TUYỂN SINH LỚP 10-CẦN THƠ
NĂM HỌC 2017 – 2018**

Câu 1 (2,0 điểm) giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a) $2x^2 - 9x + 10 = 0$

b)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$$

c) $(x-1)^4 - 8(x-1)^2 - 9 = 0$

Hướng dẫn giải

a) $2x^2 - 9x + 10 = 0$

Ta có: $\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 81 - 80 = 1 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $\bullet x_1 = \frac{-(-9) + 1}{2 \cdot 2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$; $\bullet x_2 = \frac{-(-9) - 1}{2 \cdot 2} = 2$.

b)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 & (1) \\ x - 3y = 10 & (2) \end{cases}$$

*** Phương pháp thế:**

Từ (2) $\Rightarrow x = 3y + 10$ (3)

Thay (3) vào (1) ta có:

$$3(3y + 10) - 2y = 9$$

$$\Leftrightarrow 9y + 30 - 2y = 9$$

$$\Leftrightarrow 7y = -21$$

$$\Leftrightarrow y = -3$$

$\bullet y = -3 \Rightarrow x = 3 \cdot (-3) + 10 = 1$.

Vậy hệ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$.

*** Phương pháp cộng đại số:**

Ta có:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 & (1) \\ x - 3y = 10 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 9 & (*) \\ 3x - 9y = 30 & (**) \end{cases}$$

Lấy (*) trừ (**) ta được: $7y = -21 \Rightarrow y = -3$

Thay $y = -3$ vào (2):

$$x - 3 \cdot (-3) = 10 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy hệ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$.

c) $(x-1)^4 - 8(x-1)^2 - 9 = 0$ (1)

Đặt $t = (x-1)^2, t \geq 0$

Khi đó ta có phương trình tương đương với: $\Leftrightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (l) \\ t = 9 & (n) \end{cases}$

Với $t = 9 \Rightarrow (x-1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -3 \\ x-1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{-2; 4\}$.

Câu 2 (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

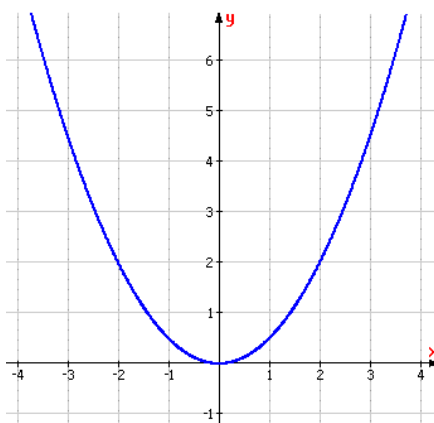
b) Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ lần lượt là các giao điểm của (P) và (d) . Tính giá trị của biểu

thức: $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$.

Hướng dẫn giải

a) Vẽ đồ thị (P) .

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= x + 6 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - x - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = 2 \Rightarrow A(2; 2)$

Với $x_2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{9}{8} \Rightarrow B\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{8}\right)$

Thay các giá trị vào biểu thức T ta được: $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = \frac{2 + \left(-\frac{3}{2}\right)}{2 + \frac{9}{8}} = \frac{4}{25}$.

Câu 3 (1,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{x-1}\right)$, ($x > 0; x \neq 1$). Rút gọn biểu thức P và tìm các giá trị của x để $P > 1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0, x \neq 1$.

$$\begin{aligned} P &= \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{x-1}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}\right) \\ &= \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} - 2}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} \\ &= \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} \\ &= \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} \\ &= \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{Để } P > 1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4.$$

Kết hợp với điều kiện, suy ra các giá trị của x cần tìm là: $\begin{cases} 0 < x < 4 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Câu 4 (1,0 điểm). Để chuẩn bị tham gia hội khỏe phù đồng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm lớp 9A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp một nữ). Thầy Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

Hướng dẫn giải

Gọi x, y lần lượt là số học sinh nam và nữ của lớp 9A.

Điều kiện: $x, y > 0; x, y$ nguyên.

$\frac{1}{2}$ số học sinh nam của lớp 9A được chọn là $\frac{1}{2}x$ (học sinh)

$\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp 9A được chọn là $\frac{5}{8}y$ (học sinh)

Tổng số học sinh của lớp 9A được chọn là $\left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y\right)$ (học sinh)

Để chọn ra các cặp thi đấu thì số học sinh nam được chọn phải bằng số học sinh nữ được chọn,
nên ta có:

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{8}y \quad (1)$$

Số học sinh còn lại của lớp 9A là 16 học sinh nên:

$$(x+y) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y\right) = 16 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{5}{8}y \\ (x+y) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y\right) = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 16 \end{cases}$$

Vậy lớp 9A có tất cả 36 học sinh.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - (m+4)x - 2m^2 + 5m + 3 = 0$ (m là tham số).
Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho tích của hai nghiệm này bằng -30 . Khi đó, tính tổng hai nghiệm của phương trình.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta &= [-(m+4)]^2 - 4(-2m^2 + 5m + 3) \\ &= m^2 + 8m + 16 + 8m^2 - 20m - 12 \\ &= 9m^2 - 12m + 4 \\ &= (3m - 2)^2 \end{aligned}$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \Delta > 0 \\ &\Leftrightarrow (3m - 2)^2 > 0 \\ &\Leftrightarrow m \neq \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 = -30 &\Leftrightarrow -2m^2 + 5m + 3 = -30 \\ \Leftrightarrow -2m^2 + 5m + 33 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 & (n) \\ m = \frac{11}{2} & (l) \end{cases} \end{aligned}$$

So với điều kiện và m phải nhận giá trị nguyên, nên chỉ có $m = -3$ thỏa đề bài.
Khi đó, tổng hai nghiệm là: $x_1 + x_2 = m + 4 = -3 + 4 = 1$.

Câu 6 (3,5 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm D và E . Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng CD và BE .

a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp trong một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này.

b) Gọi M là giao điểm của AH và BC . Chứng minh $CM.CB = CE.CA$.

c) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn O .

d) Tính theo R diện tích của tam giác ABC , biết $\angle ABC = 45^\circ, \angle ACB = 60^\circ$ và $BC = 2R$.

Hướng dẫn giải

* Một số cách thường dùng để chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° (tổng hai góc đối bù nhau).
- Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm (mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.
- Tứ giác đó là một trong các hình: hình chữ nhật, hình vuông, hình thang cân.
- Tứ giác có tổng các góc đối bằng nhau.

a) Ta có:

$$\angle BDC = 90^\circ \text{ (chắn nửa đường tròn)}$$

$$\angle BEC = 90^\circ \text{ (chắn nửa đường tròn)}$$

$$\text{Suy ra: } \angle ADH = \angle BDC = 90^\circ, \angle AEH = \angle BEC = 90^\circ$$

Xét tứ giác $ADHE$ có:

$$\angle ADH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Tứ giác $ADHE$ có hai góc đối bù nhau.

Vậy tứ giác $ADHE$ nội tiếp trong một đường tròn.

* Xét tam giác ADH và AEH có:

- D nhìn cạnh AH dưới một góc 90° nên 3 điểm A, D, H cùng thuộc đường tròn tâm I là trung điểm cạnh AH .

- E nhìn cạnh AH dưới một góc 90° nên 3 điểm A, E, H cùng thuộc đường tròn tâm I là trung điểm cạnh AH .

Vậy 4 điểm A, D, H, E cùng thuộc đường tròn tâm I là trung điểm cạnh AH .

b) Xét hai tam giác CBE và CAM có:

$\angle ACM$ là góc chung

$$\angle AMC = \angle BEC = 90^\circ \text{ (chứng minh trên)}$$

Suy ra hai tam giác CBE và CAM đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{CM}{CE} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow CM.CB = CE.CA.$$

c) Ta có:

$$\angle IDH = \angle IHD \text{ (do } \triangle IDH \text{ cân tại } I) \quad 1$$

$$\angle IHD = \angle CHM \text{ (đối đỉnh)} \quad 2$$

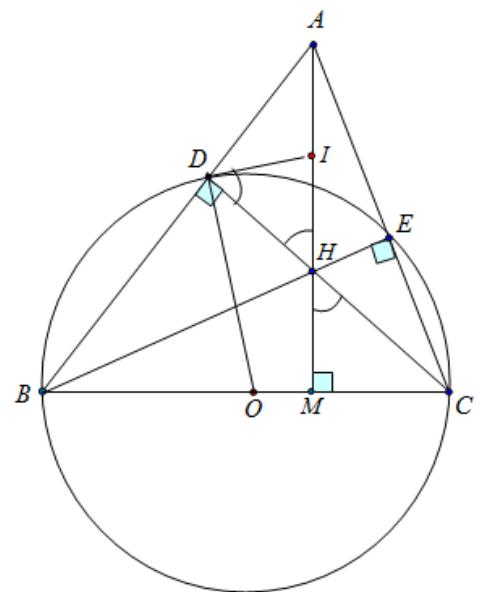
$$\text{Mặt khác: } \angle ODC = \angle OCD \text{ (do } \triangle ODC \text{ cân tại } O) \quad 3$$

Ngoài ra, trong tam giác vuông MHC có:

$$\angle CHM + \angle MCH = 90^\circ \quad 4$$

Từ 1, 2, 3, 4 suy ra: $\angle IDH + \angle ODC = 90^\circ$

Suy ra: $ID \perp DO$. Vậy ID là tiếp tuyến của O .



d)

Gọi $BM = x \Rightarrow CM = 2R - x$

Xét $\triangle ABM$ vuông tại M có:

$$AM = BM \cdot \tan \angle ABM = x \cdot \tan 45^\circ = x \quad *$$

Xét $\triangle ACM$ vuông tại M có:

$$AM = CM \cdot \tan 60^\circ = (2R - x) \cdot \tan 60^\circ = (2R - x) \cdot \sqrt{3} \quad **$$

Từ * và **, ta có:

$$x = (2R - x) \sqrt{3} \Rightarrow x = 3 - \sqrt{3} R$$

Vậy: $AM = 3 - \sqrt{3} R$

Suy ra diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} (3 - \sqrt{3} R) \cdot 2R = (3 - \sqrt{3}) R^2$

(đvdt).

Bài 1: (1,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $\frac{10}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} = 1$

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = mx + 4$, với m là tham số

a) Khi $m = 3$, tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $A_2(x_2; y_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$

Bài 4: (1 điểm)

Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc ?

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và C là một điểm trên nửa đường tròn (C khác A, B). Trên cung AC lấy D (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB và E là giao điểm của BD và CH

a) Chứng minh $ADEH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$ và $AB \cdot AC = AC \cdot AH + CB \cdot CH$

c) Trên đoạn OC lấy điểm M sao cho $OM = CH$. Chứng minh rằng khi C thay đổi trên nửa đường tròn đã cho thì M chạy trên một đường tròn cố định.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN ĐÀ NẴNG 2017

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

Hướng dẫn giải:

a) $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} = \sqrt{2 \cdot 2^2} + \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 4^2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$

b) $B = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 2^2} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \sqrt{5} = |\sqrt{5} - 2| - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2$

(Do $\sqrt{5} - 2 > 0$)

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$

b) Giải phương trình $\frac{10}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} = 1$

Hướng dẫn giải:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x = 2 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2 - 3y) - 3y = 4 \\ x = 2 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 6y - 3y = 4 \\ x = 2 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm là (2;0)

b) Giải phương trình

Điều kiện: $x \neq 2$; $x \neq -2$

$$\frac{10}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{(x-2)(x+2)} + \frac{1}{2-x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{(x-2)(x+2)} - \frac{x+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow 10 - x - 2 = x^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) - 3(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-4; 3\}$

Câu 3: (2 điểm)

Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = mx + 4$, với m là tham số.

a) Khi $m = 3$, tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $A_2(x_2; y_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$.

Hướng dẫn giải:

a) Với $m = 3$ ta có hàm số $y = mx + 4$ trở thành: $y = 3x + 4$.

Hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 3x + 4$ là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 1) \\ \begin{cases} x = 4 \\ y = 16 \end{cases} \Rightarrow B(4; 16) \end{cases}$$

Vậy với $m = 3$ thì hai đồ thị trên giao nhau tại hai điểm $A(-1; 1)$ và $B(4; 16)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho là:

$$x^2 = mx + 4 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0 (*)$$

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình (*).

Phương trình (*) có: $\Delta = m^2 - 4 \cdot (-4) = m^2 + 16 > 0 \forall m$

\Rightarrow phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Hay hai đồ thị hàm số luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m .

Với mọi m phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$.

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m & (1) \\ x_1 x_2 = -4 & (2) \end{cases}$.

Theo đề bài ta có: $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$.

$$\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + (x_2^2)^2 = 7^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + 2x_1^2 x_2^2 + (x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49$$

$$\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49 \quad (3)$$

Thế (1) và (2) vào (3) ta được: $[m^2 - 2 \cdot (-4)]^2 - 2 \cdot (-4)^2 = 7^2$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 8)^2 - 32 = 49$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 8)^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 8 = 9 \quad (\text{do } m^2 + 8 > 0 \forall m)$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy $m = \pm 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4 (1,0 điểm) Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 chiếc xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Hướng dẫn giải:

Gọi số xe ban đầu của đội là x (chiếc xe), ($x \in \mathbb{N}^*$).

Đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo nên mỗi xe chở số tấn gạo là: $\frac{160}{x}$ (tấn gạo).

Sau khi được bổ sung thêm 4 chiếc xe thì số xe vận chuyển gạo là: $x + 4$ (chiếc xe).

Số tấn gạo mỗi xe phải chở sau khi được bổ sung thêm xe là: $\frac{160}{x+4}$ (tấn gạo).

Theo đề bài ta có, lúc sau mỗi xe chở ít hơn so với dự định là 2 tấn gạo nên ta có phương trình:

$$\frac{160}{x} - \frac{160}{x+4} = 2$$

$$\Leftrightarrow 160(x+4) - 160x = 2x(x+4)$$

$$\Leftrightarrow 160x + 640 - 160x = 2x^2 + 8x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 640 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 320 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 20x - 16x - 320 = 0$$

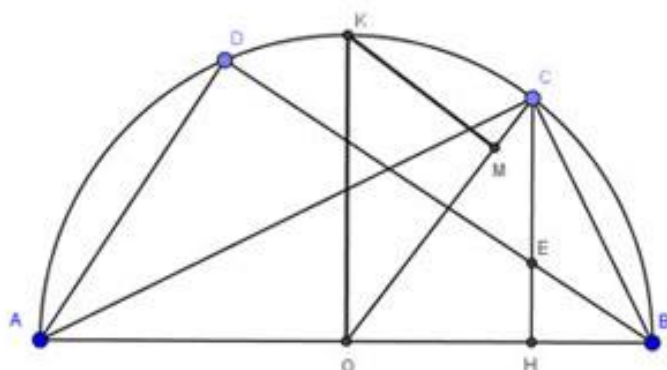
$$\Leftrightarrow (x+20)(x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -20 \text{ (ktm)} \\ x = 16 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy lúc đầu, đội có 16 chiếc xe.

Câu 5 (3,5 điểm): Cho đường tròn tâm O đường kính AB và C là một điểm trên nửa đường tròn (C khác A và B). Trên cung AC lấy điểm D (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB và E là giao điểm của BD và CH.

- Chứng minh ADHE là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$ và $AC \cdot AB = AC \cdot AH + CB \cdot CH$
- Trên đoạn OC lấy điểm M sao cho $OM = CH$. Chứng minh rằng khi C chạy trên nửa đường tròn đã cho thì M chạy trên một đường tròn cố định.



Chứng minh.

a) Ta có: $\widehat{ADE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\widehat{AHE} = 90^\circ \text{ (do } CH \perp AB)$$

$\Rightarrow \widehat{ADE} + \widehat{AHE} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác ADHE nội tiếp (Tổng 2 góc đối diện bằng 180°)

b) Ta có: $\widehat{ACO} = \widehat{CAO}$ (ΔOAC cân tại O)

$$\widehat{ACO} = \widehat{HCB} \text{ (cùng phụ } \widehat{CBH} \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{HCB}$$

Xét ΔACB và ΔCHB có:

$$\widehat{ACB} = \widehat{CHB} = 90^\circ, \widehat{ABC} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta CHB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CH} = \frac{BC}{BH}$$

$$\Rightarrow AC \cdot BH = CB \cdot CH$$

$$\Rightarrow AC \cdot (AB - AH) = CB \cdot CH$$

$$\Rightarrow AC \cdot AB = AC \cdot AH + CB \cdot CH \text{ (điều phải chứng minh)}$$

c) Gọi K là điểm chính giữa cung AB (chứa điểm C) $\Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow OK \parallel HC$

Xét ΔOMK và ΔCHO có:

$$\widehat{MOK} = \widehat{HCO} \text{ (so le trong)}$$

$$OM = CH \text{ (gt)}$$

$$OK = CO \text{ (cùng bằng bán kính)}$$

$$\Rightarrow \Delta OMK = \Delta CHO \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OMK} = \widehat{CHO} \text{ (2 góc tương ứng bằng nhau)}$$

$$\text{Mà } \widehat{CHO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OMK} = 90^\circ$$

Vậy M chạy trên đường tròn đường kính OK cố định.

Câu 1. (2,25 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 - 9x + 20 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x - 3y = 4 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$
- 3) Giải phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

Câu 2. (2,25 điểm)

Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d)

- 1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) .

Câu 3. (1,75 điểm)

- 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 4$. Rút gọn biểu thức $T = \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{4}{\sqrt{a}} \right)$

2) Một đội xe dự định chở 120 tấn hàng. Để tăng sự an toàn nên đến khi thực hiện, đội xe được bổ sung thêm 4 chiếc xe, lúc này số tấn hàng của mỗi xe chở ít hơn số tấn hàng của mỗi xe dự định chở là 1 tấn. Tính số tấn hàng của mỗi xe dự định chở, biết số tấn hàng của mỗi xe chở khi dự định là bằng nhau, khi thực hiện là bằng nhau.

Câu 4: (0,75 điểm)

Tìm các giá trị của tham số thực m để phương trình: $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = (x_1)^2 + (x_2)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Biết ba góc CAB, ABC, BCA đều là góc nhọn. Gọi M là trung điểm của đoạn AH .

- 1) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.
- 2) Chứng minh $CE \cdot CA = CD \cdot CB$.
- 3) Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF .
- 4) Gọi I và J tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác BDF và EDC .

Chứng minh $DIJ = DFC$

HẾT

Hướng dẫn giải (Nguyễn Thành Tâm)
THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018

Câu 1. (2,25 điểm)

1) Giải phương trình $x^2 - 9x + 20 = 0$ (Đáp số: $x_1 = 5; x_2 = 4$)

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 7x - 3y = 4 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$ (Đáp số: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$)

3) Giải phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ (Đáp số: $x_1 = \sqrt{3}; x_2 = -\sqrt{3}$)

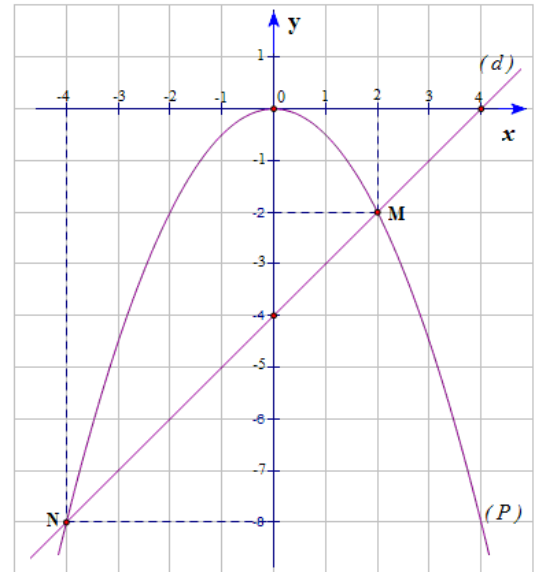
Câu 2. (2,25 điểm)

Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d)

1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

2) Tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) là:

M(2; -2) và N(-4; -8)



Câu 3. (1,75 điểm)

1) Cho $a > 0$ và $a \neq 4$. Rút gọn biểu thức

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} \right) \cdot \left(\sqrt{a} - \frac{4}{\sqrt{a}} \right) \\ &= \left(\frac{(\sqrt{a}-2)^2 - (\sqrt{a}+2)^2}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \right) \cdot \left(\frac{a-4}{\sqrt{a}} \right) \\ &= \left(\frac{a-4\sqrt{a}+4-a-4\sqrt{a}-4}{a-4} \right) \cdot \left(\frac{a-4}{\sqrt{a}} \right) \\ &= \frac{-8\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = -8 \end{aligned}$$

2) Gọi x là số tấn hàng của mỗi xe ban đầu dự định chở (x nguyên dương, $x > 1$)

+ Số tấn hàng của mỗi xe lúc sau chở: $x - 1$ (tấn)

+ Số xe dự định ban đầu: $\frac{120}{x}$ (xe)

+ Số xe lúc sau: $\frac{120}{x-1}$ (xe)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{120}{x-1} - \frac{120}{x} = 4$ ($x \neq 0; x \neq -0,5$)

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 30 = 0$$

Giải được: $x_1 = 6$ (nhận); $x_2 = -5$ (loại)

Vậy số tấn hàng của mỗi xe ban đầu dự định chở là: 6(tấn)

Câu 4: (0,75 điểm)

Đề phương trình: $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì

$$\Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{5}{4}$$

Ta có: $x_1 + x_2 = -(2m - 1)$

$$x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1$$

$$\text{Nên } P = (x_1)^2 + (x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = [-(2m - 1)]^2 - 2(m^2 - 1) \\ = 2(m - 1)^2 + 1 \geq 1$$

$$P_{\min} = 1 \text{ khi } m = 1 < \frac{5}{4} \text{ (nhận)}$$

Câu 5: (3,0 điểm)

1) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.

Chứng minh: $\angle AFH = 90^\circ$; $\angle AEH = 90^\circ$

$$\text{Nên } \angle AFH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Suy ra tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.

(tổng hai góc đối diện bằng 180°)

2) Chứng minh $CE \cdot CA = CD \cdot CB$

Chứng minh $\triangle BEC \sim \triangle ADC$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CB}{CA} \Rightarrow CE \cdot CA = CD \cdot CB$$

3) Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp được đường tròn (O) đường kính BC.

Suy ra đường tròn (O) là đường tròn ngoại tiếp $\triangle BEF$

Áp dụng đường trung tuyến ứng với cạnh huyền, chứng minh: $\angle OEB = \angle OBE$ và $\angle MEH = \angle BHD$ (= $\angle MHE$)

$$\text{Mà } \angle BHD + \angle OBE = 90^\circ \text{ (}\triangle HDB \text{ vuông tại D)}$$

$$\text{Nên } \angle OEB + \angle MEH = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra } \angle MEO = 90^\circ$$

$$\Rightarrow EM \perp OE \text{ tại E thuộc (O)}$$

$$\Rightarrow EM \text{ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF}$$

4) Gọi I và J tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác BDF và EDC.

Chứng minh $DIJ = DFC$

Chứng minh $\triangle DBF \sim \triangle DEC$ ($\sim \triangle ABC$)

$$\Rightarrow \angle BDF = \angle EDC$$

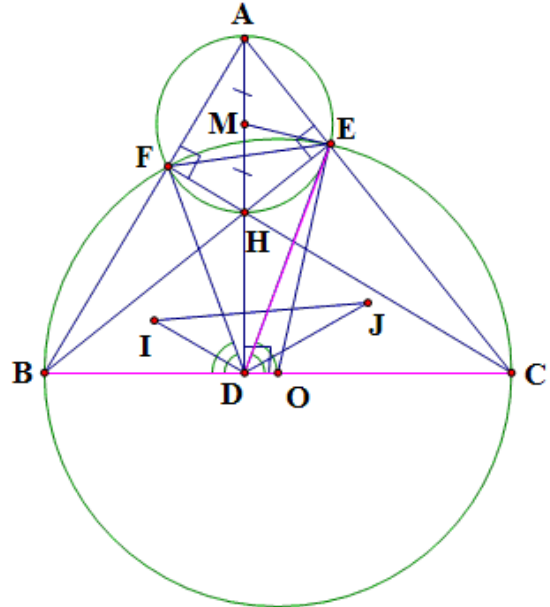
$$\Rightarrow \angle BDI = \angle IDF = \angle EDJ = \angle JDC$$

$$\Rightarrow \angle IDJ = \angle FDC$$

Kết hợp áp dụng tỉ số giữa 2 bán kính bằng tỉ số đồng dạng, chứng minh được:

$$\triangle IDJ \sim \triangle FDC \text{ (c-g-c)}$$

$$\text{Suy ra } \angle DIJ = \angle DFC$$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : TOÁN

Ngày thi : 09 tháng 6 năm 2017

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-5}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x+5}} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x \geq 0, x \neq 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x-5}}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A = B \cdot |x-4|$.

Bài II (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+2}\sqrt{y-1}=5 \\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + 5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m .

b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC . Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC . Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I . Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K .

1) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $NB^2 = NK \cdot NM$.

3) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

4) Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK , tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ . Vẽ đường kính ND của đường tròn (O) . Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$.

Tim giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

..... Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh :

Số báo danh :

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 1 :

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 2 :

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Bài	Phần	Nội dung	Điểm
Bài I (2,0đ)	1)	Khi $x = 9$ thì: $A = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9} - 5} = \frac{3 + 2}{3 - 5} = -\frac{5}{2}$	0.5
	2)	$B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25} = \frac{3(\sqrt{x} - 5) + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$ $= \frac{3\sqrt{x} - 15 + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} = \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$ Vậy $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.	0.75
	3)	Với $x \geq 0, x \neq 25$, ta có: $A = B \cdot x - 4 $ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5} \cdot x - 4 $ $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = x - 4 $ $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) $ $\Leftrightarrow 1 = \sqrt{x} - 2 \text{ (do } \sqrt{x} + 2 > 0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 2 = 1 \\ \sqrt{x} - 2 = -1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy $x \in \{9; 1\}$ là giá trị cần tìm.	0.75
Bài II (2,0đ)		Đổi 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) ($x > 0$) \Rightarrow Vận tốc của ô tô là $x + 10$ (km/h). Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (giờ) Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x + 10}$ (giờ) Ta có phương trình: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x + 10} = \frac{3}{5}$ Giải phương trình được: $x_1 = 40$ (thỏa mãn điều kiện) $x_2 = -50$ (không thỏa mãn điều kiện) Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h, vận tốc của ô tô là $40 + 10 = 50$ (km/h).	2.0

Bài III (2,0đ)	1)	<p>ĐK: $x \geq 0, y \geq 1$</p> $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 8\sqrt{x} - 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9\sqrt{x} = 9 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ 1 + 2\sqrt{y-1} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ <p>Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(1; 5)$.</p>	0.75
	2a)	<p>Thay $x = 0, y = 5$ vào phương trình $y = mx + 5$, ta được: $5 = m \cdot 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5$ (đúng với mọi m) Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0; 5)$</p>	0.5
	2b)	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0$ (*) Vì $ac = -5 < 0$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu $\Rightarrow (d)$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, với $x_1 < 0 < x_2$ (do $x_1 < x_2$) Mà $x_1 > x_2$ nên: $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 0$ (theo hệ thức Vi-ét) Vậy $m < 0$ là giá trị cần tìm.</p>	0.75
Bài IV (3,5đ)			0.25
	1)	<p>Ta có N_1, C_1 là các góc nội tiếp chắn lần lượt các cung nhỏ MA, MB Mà $MA = MB$ (GT) $\Rightarrow N_1 = C_1$ \Rightarrow Bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn (theo bài toán cung chứa góc)</p>	0.75
2)	<p>Ta có B_1, M_1 là các góc nội tiếp chắn lần lượt các cung nhỏ NC, NB Mà $NC = NB$ (GT) $\Rightarrow B_1 = M_1$ ΔNBK và ΔNMB có: \widehat{BNM} chung, $B_1 = M_1$ $\Rightarrow \Delta NBK \simeq \Delta NMB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{NB}{NM} = \frac{NK}{NB} \Rightarrow NB^2 = NK \cdot NM$</p>	0.75	

Xét đường tròn đi qua bốn điểm CNKI có:

$N_2 = K_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CI)

Mà $N_2 = ABC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O))

$\Rightarrow K_1 = ABC$

Do hai góc ở vị trí đồng vị nên $KI \parallel BH$

Chứng minh tương tự ta được $HI \parallel BK$

Tứ giác BHIK có các cạnh đối song song nên là hình bình hành.

Cách 1:

Vì $MA = MB$ nên $C_2 = C_1$, hay CM là tia phân giác của góc ACB

Tương tự, AN là tia phân giác của góc BAC

ΔABC có hai đường phân giác AN và CM cắt nhau tại I

3) $\Rightarrow BI$ là đường phân giác thứ ba của ΔABC

Hình bình hành BHIK có BI là đường phân giác của góc B nên là hình thoi.

Cách 2:

Vì H_1, K_2 là các góc có đỉnh ở bên trong đường tròn nên:

$$H_1 = \frac{sđMA + sđNB}{2}, K_2 = \frac{sđMB + sđNC}{2}$$

$\Rightarrow H_1 = K_2$ (do $MA = MB, NB = NC$)

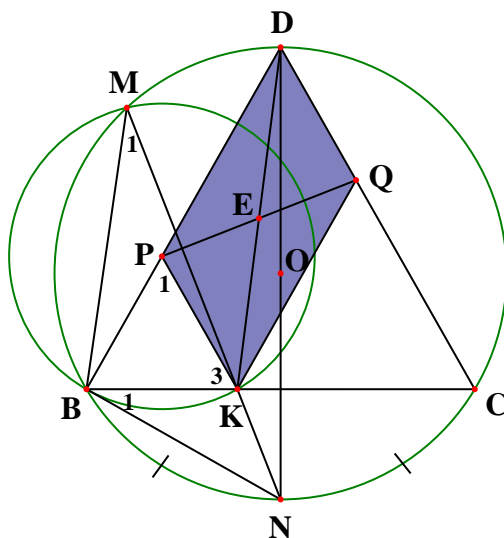
$\Rightarrow \Delta BHK$ cân tại B $\Rightarrow BH = BK$

Hình bình hành BHIK có $BH = BK$ nên là hình thoi.

Nhận xét: Phần này có nhiều cách chứng minh.

0.75

4)



(P) có góc M_1 là góc nội tiếp, góc P_1 là góc ở tâm cùng chắn cung BK

$$\Rightarrow M_1 = \frac{1}{2} P_1$$

Mà ΔPBK cân tại P (vì $PB = PK$)

$$\Rightarrow \angle PBK = \frac{180^\circ - P_1}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2} P_1 = 90^\circ - M_1 \quad (1)$$

(O) có đường kính DN đi qua N là điểm chính giữa của cung BC

$\Rightarrow DN \perp BC$ và DN đi qua trung điểm của BC

$\Rightarrow \Delta DBC$ cân tại D

1.0

	<p> $\Rightarrow \text{DBC} = \frac{180^\circ - \text{BDC}}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2} \text{BDC}$ </p> <p> Trong (O), dễ thấy $M_1 = \frac{1}{2} \text{BDC}$ </p> <p> $\Rightarrow \text{DBC} = 90^\circ - M_1 \quad (2)$ </p> <p> Từ (1) và (2) $\Rightarrow \text{PBK} = \text{DBC}$ \Rightarrow ba điểm D, P, B thẳng hàng </p> <p> Lại có $P_1 = \text{BDC} (= 2M_1)$ và hai góc ở vị trí đồng vị $\Rightarrow \text{PK} \parallel \text{DC}$ </p> <p> Chứng minh tương tự được ba điểm D, Q, C thẳng hàng và $\text{QK} \parallel \text{DB}$ Do đó, $\text{PK} \parallel \text{DQ}$ và $\text{QK} \parallel \text{DP}$ \Rightarrow Tứ giác DPKQ là hình bình hành \Rightarrow E là trung điểm của đường chéo PQ thì E cũng là trung điểm của đường chéo DK Vậy ba điểm D, E, K thẳng hàng. </p> <p> Có thể chứng minh ba điểm D, P, B thẳng hàng theo các cách sau: <u>Cách 2:</u> Từ ΔPBK cân và $M_1 = \frac{1}{2} P_1 \Rightarrow \text{PBK} + M_1 = 90^\circ$ Từ $\text{DN} \perp \text{BC} \Rightarrow \text{DBK} + \text{BDN} = 90^\circ$ $\Rightarrow \text{DBK} + M_1 = 90^\circ$ (do $\text{BDN} = M_1$) $\Rightarrow \text{PBK} = \text{DBK} \Rightarrow$ ba điểm D, P, B thẳng hàng. </p> <p> <u>Cách 3:</u> (P) có góc M_1 là góc nội tiếp nên $M_1 = \frac{1}{2} \text{sđBK}$ Mà $M_1 = B_1$ nên $B_1 = \frac{1}{2} \text{sđBK}$ Suy ra BN là tiếp tuyến tại B của (P) $\Rightarrow \text{BN} \perp \text{PB}$ Lại có $\text{DBN} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow \text{BN} \perp \text{DB}$ Do đó ba điểm D, P, B thẳng hàng. </p>	
Bài V (0,5đ)	<p> Ta có: $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ Tương tự: $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ca$ Suy ra: $2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \Leftrightarrow P \geq 9$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c \Leftrightarrow ab = bc = ca = 3 \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$ Vậy $\min P = 9 \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$ </p>	0.25
	<p> Dựa theo lời giải của thầy Bùi Văn Tuấn (Hà Nội) Vì $a \geq 1, b \geq 1$ nên: $(a - 1)(b - 1) \geq 0 \Leftrightarrow ab - a - b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a + b \leq ab + 1$ Tương tự: $b + c \leq bc + 1$; $c + a \leq ca + 1$ Do đó: </p>	0.25

	$2(a + b + c) \leq ab + bc + ca + 3$ $\Leftrightarrow 2(a + b + c) \leq 12$ $\Leftrightarrow a + b + c \leq 6$ $\Leftrightarrow (a + b + c)^2 \leq 36 \text{ (do } a + b + c > 0)$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \leq 36$ $\Leftrightarrow P + 2 \cdot 9 \leq 36$ $\Leftrightarrow P \leq 18$ <p>Dấu “=” xảy ra \Leftrightarrow trong ba số a, b, c có ít nhất hai số bằng 1 Nhưng ba số a, b, c không thể đồng thời bằng 1 vì $ab + bc + ca = 9$ \Rightarrow Có hai số bằng 1, do đó số còn lại bằng 4. Vậy $\max P = 18 \Leftrightarrow (a, b, c) \in \{(4; 1; 1), (1; 4; 1), (1; 1; 4)\}$</p>	
--	--	--

ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2017
Môn thi: Toán
(Dùng cho mọi thí thi vào trường chuyên)
Thời gian: 120 phút

Câu 1(2 điểm)

Cho biểu thức

$$P = \frac{a^3 - a - 2b - \frac{b^2}{a}}{\left(1 - \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}\right)(a + \sqrt{a+b})} : \left(\frac{a^3 + a^2 + ab + a^2b}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a-b}\right) \text{ với } a, b > 0, a \neq b, a + b \neq a^2.$$

1. Chứng minh rằng $P = a - b$.
2. Tìm a, b biết $P = 1$ & $a^3 - b^3 = 7$

Câu 2(1 điểm)

Giả sử x, y là hai số thực phân biệt thỏa mãn $\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} = \frac{2}{xy + 1}$

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} + \frac{2}{xy + 1}$

Câu 3(2 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2ax - 4a$ (với a là tham số)

1. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $a = -\frac{1}{2}$
2. Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 3$

Câu 4 (1 điểm) Anh nam đi xe đạp từ A đến C. Trên quãng đường AB ban đầu (B nằm giữa A và C). Anh Nam đi với vận tốc không đổi a(km/h) và thời gian đi từ A đến B là 1,5 giờ. Trên quãng đường BC còn lại anh Nam đi chậm dần đều với vận tốc tại thời điểm t (tính bằng giờ) kể từ B là $v = -8t + a$ (km/h). Quãng đường đi được từ B đến thời điểm t đó là $S = -4t^2 + at$. Tính quãng đường AB biết rằng đến C xe dừng hẳn và quãng đường BC dài 16km.

Câu 5 (3 điểm) Cho đường tròn (O) bán kính R ngoại tiếp tam giác ABC có ba góc nhọn. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại các điểm B, C cắt nhau tại điểm P. Gọi D, E tương ứng là chân đường các đường vuông góc kẻ từ P xuống các đường thẳng AB và AC và M là trung điểm cạnh BC.

1. Chứng minh $\angle MEP = \angle MDP$
2. Giả sử B, C cố định và A chạy trên (O) sao cho tam giác ABC luôn là tam giác có ba góc nhọn

Chứng minh đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

3. Khi tam giác ABC đều. Hãy tính diện tích tam giác ADE theo R.

Câu 6 (1 điểm) Các số thực không âm $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 9x_9 = 18 \end{cases}$$

Chứng minh rằng: $1.19x_1 + 2.18x_2 + 3.17x_3 + \dots + 9.11x_9 \geq 270$

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Phản hướng dẫn
Vòng 1

Câu 2

$$\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{y^2+1} = \frac{2}{xy+1} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{xy+1} + \frac{1}{y^2+1} - \frac{1}{xy+1} = 0$$

$$\frac{xy-y^2}{(x^2+1)(xy+1)} + \frac{xy-x^2}{(y^2+1)(xy+1)} = 0 \Rightarrow (xy-y^2)(y^2+1) + (xy-x^2)(x^2+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) = 0 \Leftrightarrow xy = 1 \text{ (vi } x \neq y) \Rightarrow S = 2$$

Câu 2

a) Phương trình hoành độ (d) và (P) là $x^2 + 2ax + 4a = 0$ $\Delta' = a(a-4) > 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a > 4 \end{cases}$

b) Với $\begin{cases} a < 0 \\ a > 4 \end{cases}$ theo Viét

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2a \\ x_1 x_2 = 4a \end{cases}$$

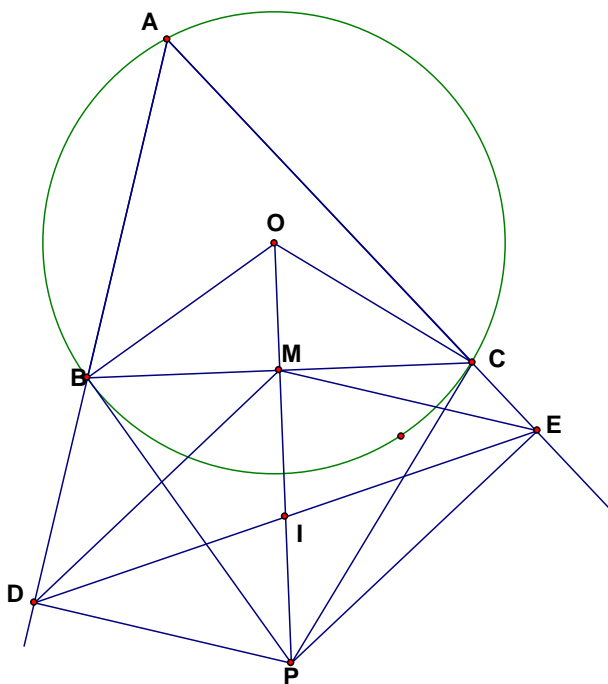
$$|x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow (|x_1| + |x_2|)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2|x_1 x_2| = 9$$

Ta có $4a^2 - 8a + |8a| = 9$

Với $a < 0$ $4a^2 - 8a + |8a| = 9 \Leftrightarrow 4a^2 - 16a - 9 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$

Với $a > 4$ $4a^2 - 8a + |8a| = 9 \Leftrightarrow 4a^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \notin dk \\ a = \frac{-3}{2} \notin dk \end{cases}$

Câu 5



a) Xét hai tứ giác nội tiếp BDPM và CEPM và tam giác MBC cân

$$\angle MEP = \angle MBP = \angle MBP = \angle MDP$$

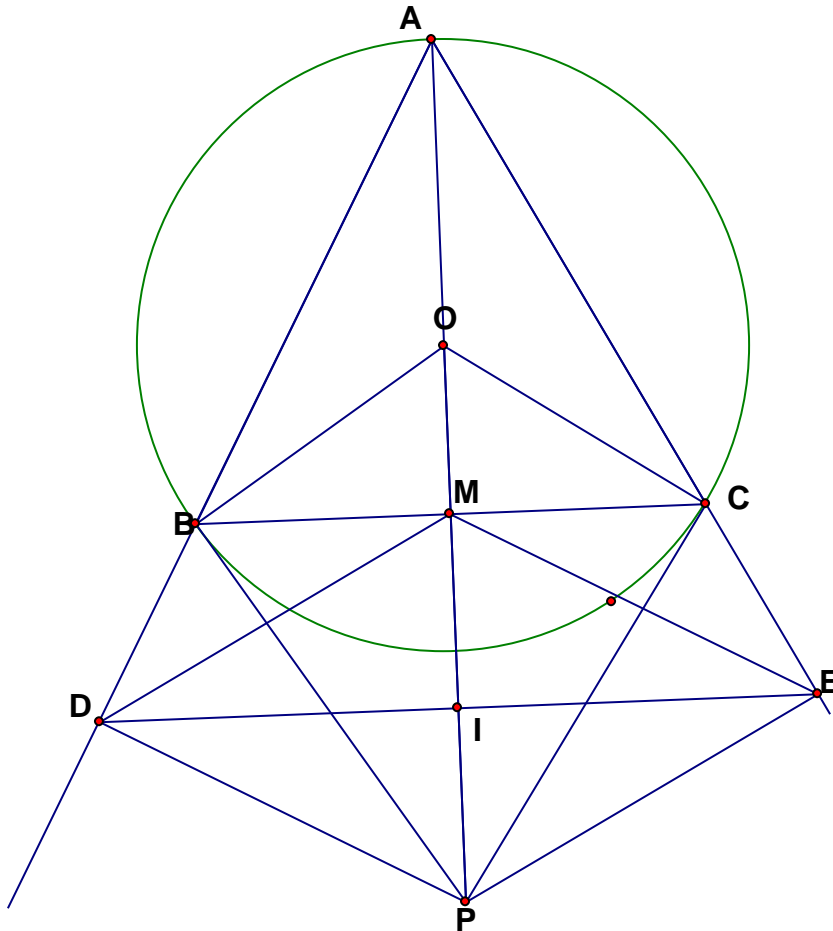
b)

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ; \angle CBP + \angle ABC + \angle PBD = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle PBD = \angle DMP(1); \angle ACB = \angle MPE(2); \text{tu}(1)(2) \Rightarrow \angle DMP = \angle MPE \Rightarrow MD \parallel PE$$

Tương tự $ME \parallel DB \Rightarrow \text{tđMEDP}$ là hình bình hành $\Rightarrow IM = IP$

Vậy DE đi qua trung điểm PM



c)

Ta có A; O, M, P thẳng hàng $S_{ADE} = \frac{1}{2} DE \cdot AI$ Tính được

$$AB = R\sqrt{3}; OA = R \Rightarrow AM = \frac{3R}{2}; AI = \frac{3R}{2} + \frac{3R}{4} = \frac{9R}{4}; \Delta ABC \text{ đđ } \Delta ADE \Rightarrow \frac{BC}{DB} = \frac{AM}{AI} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow DE = \frac{3R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9R}{4} \cdot \frac{3R\sqrt{3}}{2} = \frac{27R^2\sqrt{3}}{16}$$

Câu 4

Vì xe đến C dừng hẳn nên thời gian xe đi từ B đến C thỏa mãn $-8t + a = 0 \Rightarrow t = \frac{a}{8}$ do đó quãng đường BC là

$$S = -4t^2 + at = 16 \Rightarrow -4\left(\frac{a}{8}\right)^2 + \frac{a^2}{8} = 16 \Leftrightarrow a^2 = 256 \Leftrightarrow a = 16$$

$$S_{AB} = 1,5 \cdot a = 24(\text{km})$$

Câu 6

$$9(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9) = 90$$

$$\begin{cases} 9(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9) = 90 \\ 10(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 9x_9) = 180 \end{cases} \Rightarrow 19x_1 + 29x_2 + 39x_3 + \dots + 99x_9 = 270$$

Mat khác

$$1.19x_1 + 2.18x_2 + 3.17x_3 + \dots + 9.11x_9 =$$

$$(19x_1 + 29x_2 + 39x_3 + \dots + 99x_9) + (7x_2 + 12x_3 + 15x_4 + \dots + 7x_8) = 270 + (7x_2 + 12x_3 + 15x_4 + \dots + 7x_8) \geq 270$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_9 = 1 \\ x_2 = x_3 = \dots = x_8 = 0 \end{cases}$$

Hàng năm sau khi thi xong mình sưu tầm và giải lại các đề thi chuyên SP, KHTN, Chuyên HV và một số tỉnh lưu trữ để làm tư liệu giảng dạy. Phần hướng dẫn trên vừa sưu tầm vừa bổ sung thêm có thể chưa chính xác chưa hay mong các bạn đồng nghiệp tham khảo và bổ sung thêm để làm tài liệu giảng dạy nhé.

*GV biên tập và hướng dẫn
Nguyễn Minh Sang; Đinh Văn Hưng
THCS Lâm Thao-Phú Thọ*

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2017**

Môn thi: Toán

(Dùng riêng cho học sinh chuyên Toán và chuyên Tin)

Thời gian: 150 phút

Câu 1. (1.5 điểm)

Cho các số dương a,b,c,d. Chứng minh rằng trong 4 số

$$a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}; b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}; c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a}; d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$
 Có ít nhất một số không nhỏ hơn 3.

Câu 2. (1.5 điểm)

Giải phương trình:

$$\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x+1)^2} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017$$

Câu 3. (3.0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương a,b,c,d thỏa mãn $a^2 = b^3; c^3 = d^4; a = d + 98$

2. Tìm tất cả các số thực x sao cho trong 4 số $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}; x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ có đúng

một số không phải là số nguyên.

Câu 4. (3điểm)

Cho đường tròn (O) bán kính R và một điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm C (C khác A, C khác B). Gọi I; K là trung điểm MA, MC. Đường thẳng KA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D.

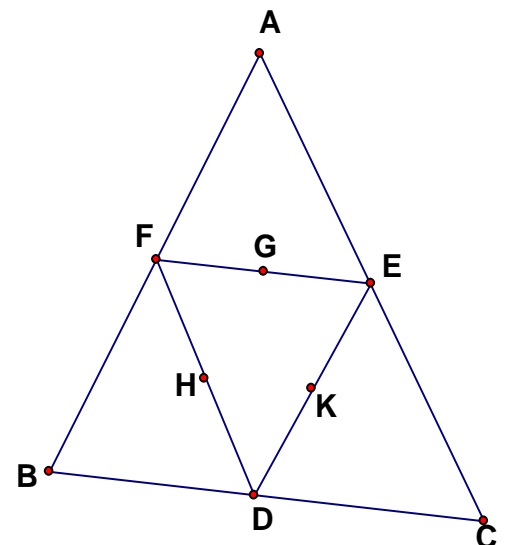
1. Chứng minh $KO^2 - KM^2 = R^2$

2. Chứng minh tứ giác BCDM là tứ giác nội tiếp.

3. Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với đường tròn (O) và N là trung điểm KE đường thẳng KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng bốn điểm I, A, N, F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 5. (1.0 điểm)

Xét hình bên: Ta viết các số 1, 2,3,4,..9 vào vị trí của 9 điểm trong hình vẽ bên sao cho mỗi số chỉ xuất hiện đúng một lần và tổng ba số trên một cạnh của tam giác bằng 18. Hai cách viết được gọi là như nhau nếu bộ số viết ở các điểm (A;B;C;D;E;F;G;H;K) của mỗi cách là trùng nhau. Hỏi có bao nhiêu cách viết phân biệt? Tại sao?



-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Vòng 2

Câu 1. (1.5 điểm)

Giả sử cả bốn số đều nhỏ hơn 3 thì

$$P = a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 3$$

Mặt khác

$$P = a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)$$

$$\text{Do } 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \geq (a+b+c+d)^2; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \geq \frac{4}{a+b+c+d} \Rightarrow$$

$$P \geq \frac{(a+b+c+d)^2}{4} + \frac{16}{a+b+c+d} + \frac{16}{a+b+c+d} \geq 3\sqrt{\frac{(a+b+c+d)^2}{4} \cdot \frac{16}{a+b+c+d} \cdot \frac{16}{a+b+c+d}} = 12$$

Trái điều giả sử suy ra có ít nhất một số không nhỏ hơn 3.

Câu 2. (1.5 điểm) Giải phương trình

$$\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x+1)^2} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017$$

ĐKXĐ $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x+1)^2} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 4x^2 + 8x + 8} - \sqrt{x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^4 + 2x^3 + x^2} = 2017$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x^2 + 2x + 2)^2} - \sqrt{(x^2 + x + 1)^2} = 2017 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 - x^2 - x - 1 = 2017 \Leftrightarrow x = 2016$$

Câu 3. (3.0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn $a^2 = b^3; c^3 = d^4; a = d + 98$

2. Tìm tất cả các số thực x sao cho trong 4 số $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}; x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ có đúng

một số không phải là số nguyên.

Hướng dẫn

1. Giả sử $a = p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3} \dots p_n^{x_n}$ trong đó $p_1; p_2; \dots, p_n$ là các số nguyên tố $x_1; x_2; \dots; x_n \in \mathbb{N}$

Tương tự $d = q_1^{y_1} \cdot q_2^{y_2} \cdot q_3^{y_3} \dots q_n^{y_n}$ trong đó $q_1; q_2; \dots, q_n$ là các số nguyên tố $y_1; y_2; \dots; y_n \in \mathbb{N}$

Ta có a, d > 1

Vì

$$a^2 = p_1^{2x_1} \cdot p_2^{2x_2} \cdot p_3^{2x_3} \dots p_n^{2x_n} = b^3 \Rightarrow 2x_1, 2x_2, 2x_3, \dots, 2x_n : 3 \Rightarrow x_1, x_2, x_3, \dots, x_n : 3 \Rightarrow a = x^3, (x \in \mathbb{Z}^+)$$

Chúng minh tương tự $d = y^3, (y \in \mathbb{Z}^+)$ từ giả thiết

$$a = d + 98 \Rightarrow x^3 = y^3 + 98 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 98 \text{ vì } a > d \Rightarrow x - y > 0$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 < x^2 + xy + y^2 \Rightarrow x - y < x^2 + xy + y^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + xy + y^2 = 98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ (y + 1)^2 + (y + 1)y + y^2 = 98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ 3y^2 + 3y - 97 = 0 \end{cases} \Rightarrow y \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

Hoặc

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + xy + y^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ (y + 2)^2 + (y + 2)y + y^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ y^2 + 2y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 5 \\ y = -5 < 0 \\ x = -3 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 5; y = 3$$

$$\text{Vậy } a = 5^3 = 125; d = 3^3 = 27; b = 25; c = 81$$

2. Nếu $x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ nguyên ta có $x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 2x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$ suy ra $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}$ đều

không là số hữu tỷ do vậy một trong hai số $x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ không là số nguyên khi đó

$$x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - \sqrt{2} + x^2 + 2\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$$

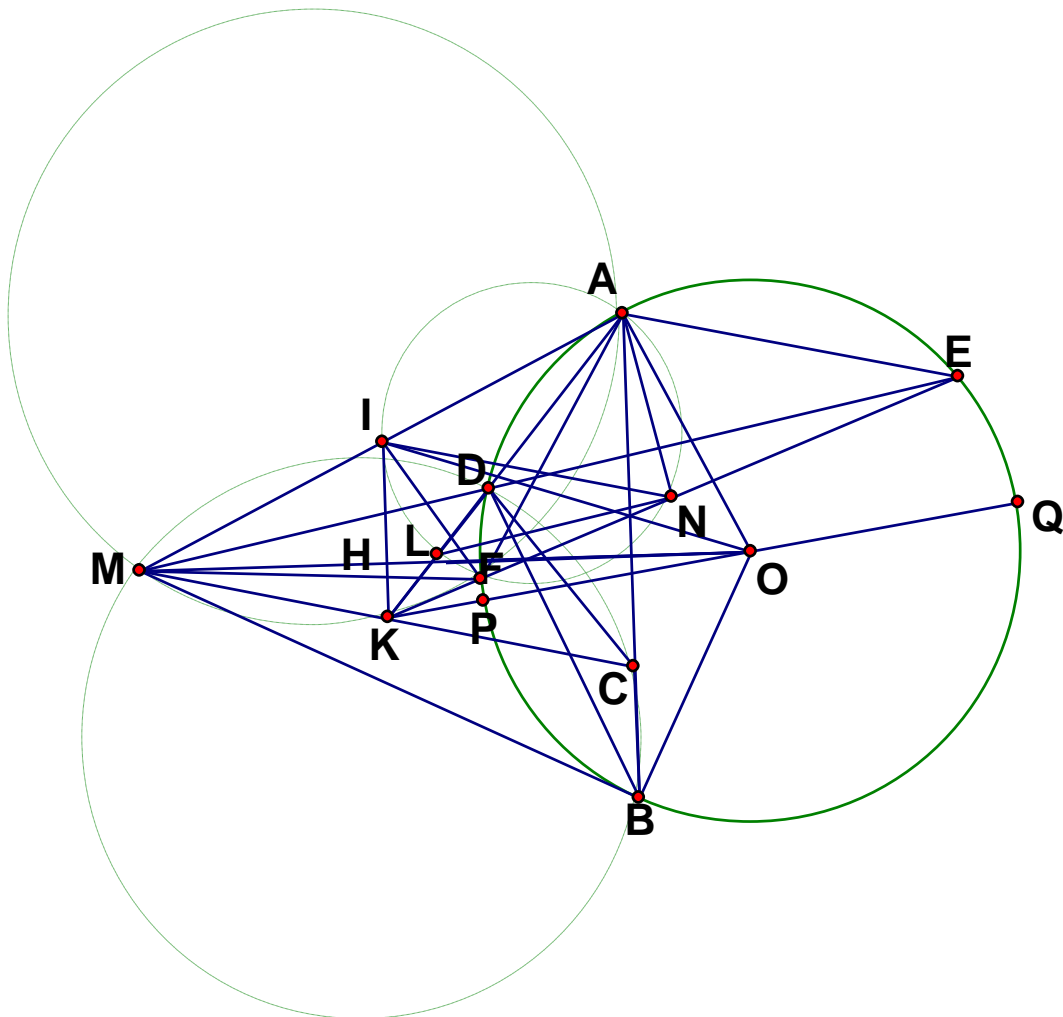
Đặt

$$x - \sqrt{2} = a, (a \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x^2 + 2\sqrt{2} = (a + \sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} = a^2 + 2 + 2\sqrt{2}(a + 1) \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}(a + 1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

Thử lại đúng vậy $x = \sqrt{2} - 1$

Câu 4. (3điểm)



a) Ta có $IM = IA$ và $KM = KC \Rightarrow IK$ là đường trung bình $\triangle AMC \Rightarrow IK // AC$.
 $AC = AB$ (2 tiếp tuyến cắt nhau tại M) và $OA = OB = R \Rightarrow OM$ là trung trực của AB
 $\Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow IK \perp OM$. Gọi IK cắt OM tại H. Áp dụng định lý Py-ta-go ta có cho các tam giác vuông $MHI; KHO; MHK, OHI$ ta có

$$MI^2 = MH^2 + HI^2; KO^2 = KH^2 + HO^2; MK^2 = MH^2 + HK^2; OI^2 = KH^2 + HO^2 \text{ suy ra}$$

$$MI^2 + KO^2 = MK^2 + IO^2 \Rightarrow KO^2 - KM^2 = IO^2 - MI^2 = IO^2 - IA^2 = OA^2 = R^2 \text{ (vì } IM = IA)$$

Vậy: $KO^2 - KM^2 = R^2$

b) Nối KO cắt đường tròn tại Q, P. Ta có $KM = KC$

$$\text{Suyra } KO^2 - KM^2 = R^2 \Leftrightarrow KO^2 - KC^2 = R^2 \Rightarrow$$

$$KC^2 = KO^2 - OP^2 = (KO + OP)(KO - OP) = KQ.KP$$

Ta lại có $KQ.KP =$

$$KD.KA \Rightarrow KC^2 = KD.KA \Rightarrow \triangle CKD \sim \triangle AKD (c.g.c) \Rightarrow DCK = KAC = DBM$$

Vậy tứ giác $MDCB$ nội tiếp.

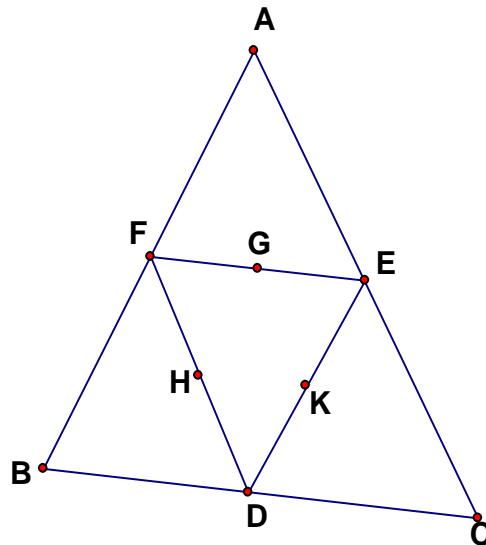
c) Gọi L là trung điểm của KD ta có $AEM = MAK = EMK$ vì $\triangle MKD \sim \triangle AKM (c.g.c)$
 $\Rightarrow AE // KM$

Mặt khác ta có $KF.KE = KD.KA \Rightarrow KF.KN = KL.KA \Rightarrow ANFL$ nội tiếp

Suy ra $LAF = LNF = MEK = FMK$ (vì $KF.KE = KD.KA = KC^2 = KM^2$) hay

$KAF = KMF \Rightarrow$ *tứ giác* $MKFA$ nội tiếp $\Rightarrow AFN = AMK = AIN \Rightarrow I, A, N, F$ cùng thuộc một đường tròn

Câu 5. (1.0 điểm)



Ta thấy có 2 số là 9 và 8 trong dãy $1, 2, 3, 4, \dots, 9$ tổng 2 số với 1 bằng 18 ta thấy tại điểm A (tương tự B, C) không thể điền số 1 vì nếu trái lại thì B, F phải điền cặp 8, 9; tại C, E điền cặp 8, 9 Điều này vô lí. Tương tự tại D, E, F cũng không thể điền số 1 vậy số 1 được điền tại H, G, K Xét trường hợp số 1 được điền tại G (tương tự tại H, K) khi đó E điền số 8, F điền số 9 (hoặc ngược lại). Giả sử tại A điền a; C điền c, D điền d, K điền k, tại H điền k+1, tại B điền c+1. khi đó $a, d; c; c+1, k, k+1$ phân biệt thuộc $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Khi đó

$$\begin{cases} a + c = 9 \\ d + k = 9 \Rightarrow d \in \{3; 5; 7\} \text{ thu } d = 7 \text{ (thỏa mãn)} \\ d + 2c = 17 \end{cases}$$

Vậy $a=4; c=5; k=2$ có $3.2=6$ (cách)

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $(2x-1)(x+2)=0$

2)
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3 - x = y \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Cho hai đường thẳng (d): $y = -x + m + 2$ và (d'): $y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

2) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tháng đầu hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

2) Tìm m để phương trình: $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

1) Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn

2) Chứng minh: $MN^2 = NF \cdot NA$ và $MN = NH$

3) Chứng minh: $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

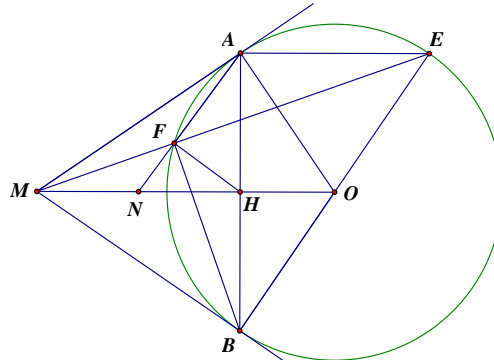
Câu 5 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức: $M = \frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2:

Câu	Nội dung chính	Điểm
1.1	Giải phương trình: $(2x-1)(x+2)=0$	1,0
	Ta có: $(2x-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases}$	0,25
	Với $2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$	0,25
	Với $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm: $x=\frac{1}{2}; x=-2$	0,25
1.2	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x+y=5 & (1) \\ 3-x=y & (2) \end{cases}$	1,0
	Từ phương trình (2) thay $y=3-x$ vào phương trình (1) ta được: $3x+3-x=5$	0,25
	$\Leftrightarrow x=1$	0,25
	Với $x=1 \Rightarrow y=2$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$	0,25
2.1	Cho hai đường thẳng (d): $y=-x+m+2$ và (d'): $y=(m^2-2)x+3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.	1,0
	Để hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau thì: $\begin{cases} -1=m^2-2 \\ m+2 \neq 3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2=1 \\ m \neq 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 1 \\ m \neq 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow m=-1$. Vậy $m=-1$ là giá trị cần tìm.	0,25
2.2	Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{x-\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}-2} - \frac{x}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$.	1,0
	Ta có: $P = \left[\frac{x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right] : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$	0,25
	$= \frac{x-\sqrt{x}+2-\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{2-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$	0,25
	$= \frac{2-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$= \frac{2(1-\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = -\frac{2}{\sqrt{x}+1}$	0,25
3.1	Tháng đầu hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy	1,0
	Gọi tháng đầu tổ I sản xuất được x chi tiết máy, tổ II sản xuất được y chi tiết máy. ĐK: $x, y \in N^*$.	0,25
	Theo giả thiết ta có: $x+y=900 \quad (1)$	

	Sau khi cải tiến kỹ thuật, trong tháng thứ hai: Tổ I sản xuất được $1,1x$ chi tiết máy, tổ II sản xuất được $1,12y$ chi tiết máy Theo giả thiết ta có: $1,1x + 1,12y = 1000$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,1x + 1,12y = 1000 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$ (thỏa mãn) Vậy trong tháng đầu tổ I sản xuất được 400 chi tiết, tổ II sản xuất được 500 chi tiết.	0,25
3.2	Tìm m để phương trình: $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$.	1,0
	Để PT có hai nghiệm $x_1; x_2$ thì: $\Delta = 25 - 12m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 29 - 12m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{29}{12}$	0,25
	Ta có: $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)[(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2] + 3x_1x_2 - 75 = 0$ (*) Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1x_2 = 3m - 1 \end{cases}$ thay vào (*) ta được $(x_1 - x_2)(26 - 3m) + 3(3m - 26) = 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_2 - 3)(26 - 3m) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{26}{3} \\ x_1 - x_2 - 3 = 0 \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện thì $m = \frac{26}{3}$ không thỏa mãn.	0,25
	Kết hợp $x_1 - x_2 - 3 = 0$ với hệ thức Vi - et ta có hệ: $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3 = 0 \\ x_1 + x_2 = -5 \\ x_1x_2 = 3m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -4 \\ m = \frac{5}{3} \quad (t/m) \end{cases}$ Vậy $m = \frac{5}{3}$ là giá trị cần tìm.	0,25
4.1	Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp một đường tròn	1,0
	Vẽ được các yếu tố để chứng minh phần (1). 	0,25
	Ta có $MAO = 90^\circ$, $MBO = 90^\circ$ (theo t/c của tiếp tuyến và bán kính)	0,25
	Suy ra: $MAO + MBO = 180^\circ$	0,25
	Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.	0,25
4.2	Chứng minh: $MN^2 = NF.NA$ và $MN = NH$	1,0
	Ta có $AE // MO \Rightarrow AEM = EMN$, mà $AEM = MAF$ suy ra $EMN = MAF$	0,25

	ΔNMF và ΔNAM có: MNA chung; $EMN = MAF$ nên ΔNMF đồng dạng với ΔNAM $\Rightarrow \frac{NM}{NF} = \frac{NA}{NM} \Rightarrow NM^2 = NF.NA$ (1)	0,25
	Mặt khác có: $ABF = AEF \Rightarrow ABF = EMN$ hay $HBF = FMH$ $\Rightarrow MFHB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow FHM = FBM = FAB$ hay $FHN = NAH$	0,25
	Xét ΔNHF và ΔNAH có: ANH chung; $NHF = NAH$ $\Rightarrow \Delta NHF$ đồng dạng ΔNAH $\Rightarrow \frac{NH}{NF} = \frac{NA}{NH} \Rightarrow NH^2 = NF.NA$ (2) Từ (1) và (2) ta có $NH = HM$	0,25
4.3	Chứng minh: $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.	1,0
	Xét ΔMAF và ΔMEA có: AME chung, $MAF = MEA$ suy ra ΔMAF đồng dạng với ΔMEA	0,25
	$\Rightarrow \frac{ME}{MA} = \frac{MA}{MF} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow \frac{ME}{MF} = \frac{AE^2}{AF^2}$ (3) Vì $MFHB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow MFB = MHB = 90^\circ \Rightarrow BFE = 90^\circ$ và $AFH = AHN = 90^\circ \Rightarrow AFE = BFH$	0,25
	ΔAEF và ΔHBF có: $EFA = BFH$; $FEA = FBA$ suy ra ΔAEF đồng dạng với ΔHBF $\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{HB}{HF} \Rightarrow \frac{AE^2}{AF^2} = \frac{HB^2}{HF^2}$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) ta có $\frac{ME}{MF} = \frac{HB^2}{HF^2} \Leftrightarrow \frac{MF + FE}{MF} = \frac{HB^2}{HF^2} \Leftrightarrow 1 + \frac{FE}{MF} = \frac{HB^2}{HF^2} \Leftrightarrow \frac{HB^2}{HF^2} - \frac{FE}{MF} = 1$	0,25
5	Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2}$.	1,0
	Vì: $\frac{a+1}{1+b^2} = a+1 - \frac{b^2(a+1)}{1+b^2}$; $1+b^2 \geq 2b$ nên $\frac{a+1}{1+b^2} \geq a+1 - \frac{b^2(a+1)}{2b} = a+1 - \frac{ab+b}{2}$ Tương tự: $\frac{b+1}{1+c^2} \geq b+1 - \frac{bc+c}{2}$; $\frac{c+1}{1+a^2} \geq c+1 - \frac{ca+a}{2}$	0,25
	Suy ra $M \geq a+b+c + 3 - \frac{(a+b+c) + (ab+bc+ca)}{2} = 3 + \frac{3 - (ab+bc+ca)}{2}$	0,25
	Chứng minh được: $3(ab+bc+ca) \leq (a+b+c)^2 = 9 \Leftrightarrow ab+bc+ca \leq 3 \Rightarrow \frac{3 - (ab+bc+ca)}{2} \geq 0$. Suy ra $M \geq 3$.	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 1$ Giá trị nhỏ nhất của M bằng 3.	0,25

Ghi chú:

- Thực tế học sinh có thể có cách làm khác. Nếu học sinh làm đúng, cách làm phù hợp thì phần đó vẫn đạt điểm tối đa.

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (2 điểm)

- Giải phương trình: $x^2 = (x - 1)(3x - 2)$
- Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài 40 m.

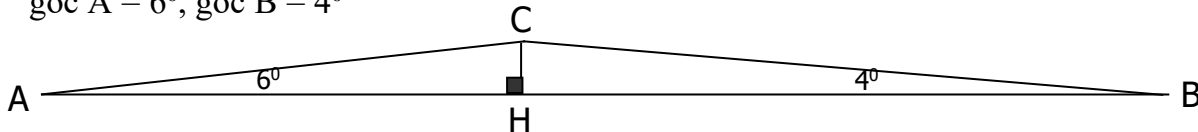
Câu 2. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy:

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$
- Cho đường thẳng (D): $y = \frac{3}{2}x + m$ đi qua điểm C(6; 7). Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P).

Câu 3. (1,5 điểm)

- Thu gọn biểu thức sau: $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$
- Lúc 6 giờ sáng bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc A = 6° , góc B = 4°



- Tính chiều cao h của con dốc.
- Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lúc lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình lúc xuống dốc là 19 km/h.

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$$

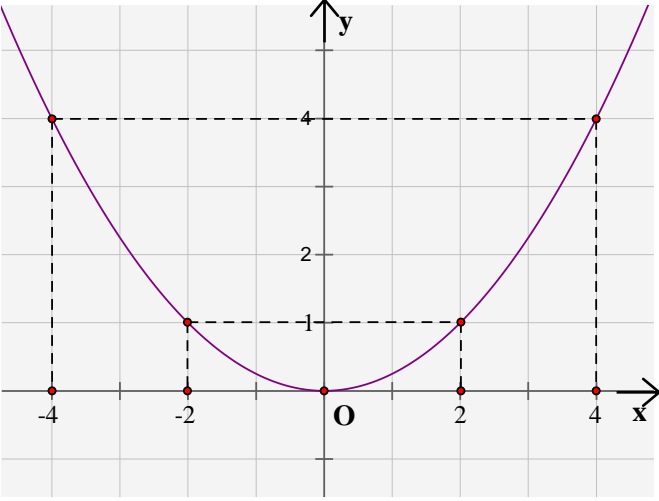
Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn tâm O đường kính AB cắt các đoạn BC và OC lần lượt tại D và I. Gọi H là hình chiếu của A lên OC; AH cắt BC tại M.

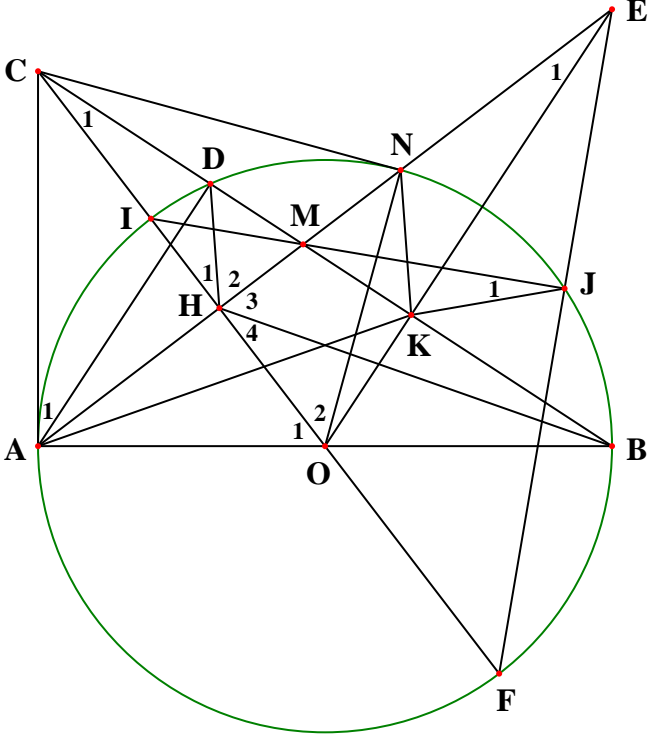
- Chứng minh: Tứ giác ACDH nội tiếp và $\angle CHD = \angle ABC$.
- Chứng minh: Hai tam giác OHB và OBC đồng dạng với nhau và HM là tia phân giác của góc BHD.
- Gọi K là trung điểm của BD. Chứng minh: $MD \cdot BC = MB \cdot CD$ và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$.
- Gọi E là giao điểm của AM và OK; J là giao điểm của IM và (O) (J khác I). Chứng minh: Hai đường thẳng OC và EJ cắt nhau tại một điểm nằm trên (O).

HẾT

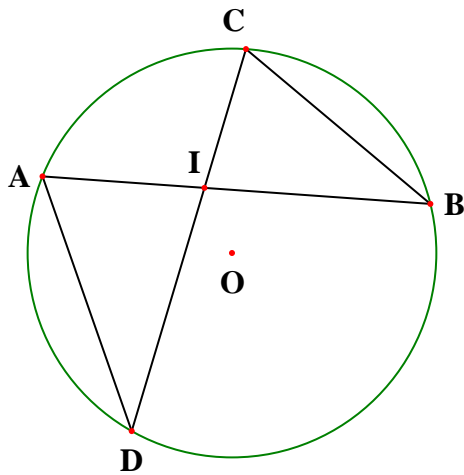
HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN: (Nguyễn Mạnh Tuấn)

Câu	Phần	Nội dung	Điểm												
Câu 1 (2,0đ)	a)	$x^2 = (x-1)(3x-2)$ $\Leftrightarrow x^2 = 3x^2 - 5x + 2$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$ $\Delta = 9$ $x_1 = 2; x_2 = \frac{1}{2}$	1.0												
	b)	<p>Gọi chiều dài là x(m) và chiều rộng là y (m). Điều kiện: $0 < y < x < 50$ Theo đề bài ta lập được hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x + y = 50 \\ -2x + 5y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ <p>Vậy chiều dài là 30m và chiều rộng là 20m.</p>	1.0												
Câu 2 (1,5đ)	a)	<p>Lập bảng giá trị:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$y = \frac{1}{4}x^2$</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table> <p>(P) là parabol đi qua các điểm: (-4;4), (-2;1), (0; 0), (2; 1), (4; 4).</p> 	x	-4	-2	0	2	4	$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4	0.75
	x	-4	-2	0	2	4									
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4										
b)	<p>Vì (D) đi qua điểm C(6; 7) nên ta có:</p> $\frac{3}{2} \cdot 6 + m = 7 \Leftrightarrow m = -2$ $\Rightarrow (D): y = \frac{3}{2}x - 2$ <p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D):</p> $\frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{2}x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$ <p>Giải được $x_1 = 4; x_2 = 2$</p>	0.75													

		<p>Với $x_1 = 4$ thì $y_1 = 4$ Với $x_2 = 2$ thì $y_2 = 1$ Vậy tọa độ giao điểm của (D) và (P) là (4; 4) và (2; 1).</p>	
Câu 3 (1,5đ)	1)	<p><i>Cách 1:</i></p> $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{(14 - 6\sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}{(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}}$ $= (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{88 - 44\sqrt{3}}{22}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ $= (\sqrt{3} + 1) \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 2$ <p><i>Cách 2:</i></p> $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{(4 + 2\sqrt{3})(14 - 6\sqrt{3})}{5 + \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{20 + 4\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = \sqrt{4} = 2$	0.5
	2a)	<p><i>Cách 1:</i> Đặt $AH = x$ (m) ($0 < x < 762$) $\Rightarrow BH = 762 - x$ (m). Ta có: Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có: $h = x \cdot \tan 6^\circ$ và $h = (762 - x) \cdot \tan 4^\circ$ $\Rightarrow x \cdot \tan 6^\circ = (762 - x) \cdot \tan 4^\circ$ $\Leftrightarrow x \cdot (\tan 6^\circ + \tan 4^\circ) = 762 \cdot \tan 4^\circ$ $\Leftrightarrow x = \frac{762 \cdot \tan 4^\circ}{\tan 6^\circ + \tan 4^\circ}$ $\Rightarrow h = \frac{762 \cdot \tan 4^\circ}{\tan 6^\circ + \tan 4^\circ} \cdot \tan 6^\circ \approx 32$(m)</p> <p><i>Cách 2:</i> Ta có: $AH = \frac{h}{\tan A}$ và $BH = \frac{h}{\tan B}$ $\Rightarrow AH + BH = \frac{h}{\tan A} + \frac{h}{\tan B}$ $\Rightarrow AB = h \left(\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} \right)$ $\Rightarrow h = AB : \left(\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} \right) = 762 : \left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ} \right) \approx 32$(m)</p>	0.5
	2b)	<p>Tính được: $AC = \frac{h}{\sin A} \approx 306$(m) ; $CB = \frac{h}{\sin B} \approx 459$(m) Thời gian An đi từ nhà đến trường là: $t \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1$(h) \Rightarrow An đến trường vào khoảng 6 giờ 6 phút.</p>	0.5

	a)	$\Delta = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 1) = 5 - 4m$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$	0.5
Câu 4 (1,5đ)	b)	Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$ Theo đề bài: $(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = x_1 - 3x_2$ $\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 1) = x_1 - 3x_2$ $\Leftrightarrow x_1 - 3x_2 = 5 - 4m$ Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 - 3x_2 = 5 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m+1}{2} \\ x_2 = \frac{3(m-1)}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{m+1}{2} \cdot \frac{3(m-1)}{2} = m^2 - 1$ $\Leftrightarrow 3(m^2 - 1) = 4(m^2 - 1)$ $\Leftrightarrow m^2 - 1 = 0$ $\Leftrightarrow m = \pm 1$ Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow m = \pm 1$ là giá trị cần tìm.	1.0
Câu 5 (3,5đ)			0.25

a)	<p>Ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ADC = 90^\circ$ (kề bù với $\angle ADB$) Tứ giác $ACDH$ có $\angle AHC = \angle ADC = 90^\circ$ \Rightarrow Tứ giác $ACDH$ nội tiếp</p>	0.5
	<p>Tứ giác $ACDH$ nội tiếp $\Rightarrow \angle A_1 = \angle H_1$ Mà $\angle A_1 = \angle ABC$ (cùng phụ với góc $\angle ACB$) $\Rightarrow \angle H_1 = \angle ABC$</p>	0.25
b)	<p>Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông AOC, có: $OA^2 = OH \cdot OC$ $\Rightarrow OB^2 = OH \cdot OC$ (vì $OA = OB$) $\Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OH}{OB}$</p>	0.5
	<p>ΔOHB và ΔOBC có: $\angle BOC$ chung ; $\frac{OB}{OC} = \frac{OH}{OB}$ $\Rightarrow \Delta OHB \sim \Delta OBC$ (c.g.c)</p>	0.25
<p>$\Delta OHB \sim \Delta OBC \Rightarrow \angle H_4 = \angle OBC \Rightarrow \angle H_4 = \angle H_1$ (do $\angle H_1 = \angle ABC$) Mà $\angle H_1 + \angle H_2 = \angle H_3 + \angle H_4 (= 90^\circ)$ $\Rightarrow \angle H_2 = \angle H_3$ $\Rightarrow HM$ là tia phân giác của góc BHD.</p>		
c)	<p>ΔHBD có HM là đường phân giác trong tại đỉnh H Mà $HC \perp HM$ $\Rightarrow HC$ là đường phân giác ngoài tại đỉnh H Áp dụng tính chất đường phân giác trong tam giác, có: $\frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$ và $\frac{CD}{CB} = \frac{HD}{HB}$ $\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow MD \cdot BC = MB \cdot CD$</p>	0.5
	<p>Gọi N là giao điểm thứ hai của AH và (O). ΔOAN cân tại O, có OH là đường cao $\Rightarrow \angle O_1 = \angle O_2 \Rightarrow \Delta ONC = \Delta OAC$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle ONC = \angle OAC = 90^\circ$ (O) có K là trung điểm của dây BD khác đường kính $\Rightarrow OK \perp BD \Rightarrow \angle OKC = 90^\circ$ Do đó, 5 điểm A, C, N, K, O cùng thuộc đường tròn đường kính OC Để chứng minh bài toán phụ: Nếu hai dây AB và CD của (O) cắt nhau tại I thì $IA \cdot IB = IC \cdot ID$.</p>	0.5



Áp dụng bài toán trên, ta có:
(O) có hai dây AN và BD cắt nhau tại M nên $MA.MN = MB.MD$
Đường tròn đường kính OC có hai dây AN và CK cắt nhau tại M
nên
 $MA.MN = MC.MK$
Do đó $MB.MD = MC.MK$.

d) (O) có hai dây AN và IJ cắt nhau tại M nên $MA.MN = MI.MJ$
 $\Rightarrow MI.MJ = MC.MK$
 $\Rightarrow \frac{MI}{MK} = \frac{MC}{MJ} \Rightarrow \Delta MIC \simeq \Delta MKJ \Rightarrow C_1 = \hat{J}_1$
Mà $C_1 = E_1 (= 90^\circ - COE) \Rightarrow E_1 = \hat{J}_1$
 \Rightarrow Tứ giác EJKM nội tiếp
 $\Rightarrow EJM = EKM = 90^\circ$
Gọi F là giao điểm thứ hai của CO với (O)
 $\Rightarrow IJF = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow EJM = 180^\circ$
 $\Rightarrow E, J, F$ thẳng hàng
 $\Rightarrow OC$ và EJ cắt nhau tại điểm F thuộc (O).
(Phần này tương tự phần c) đề Hồ Chí Minh năm học 2013 – 2014)

0.75

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^3} - \sqrt{5^2 \cdot 2}$.

c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} - \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

Câu 2: (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=4 \\ 3x-y=5 \end{cases}$.

b) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).

i) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

ii) Cho đường thẳng $y = mx + n$ (Δ). Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P).

Câu 3: (1,0 điểm)

Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ (1), với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức sau:

$$2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0.$$

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và D là hình chiếu vuông góc của B trên AO sao cho D nằm giữa A và O. Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của BD và AC, F là giao điểm của MD và AC, E là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn (O), H là giao điểm của BF và AD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác BDOM nội tiếp và $\angle MOD + \angle NAE = 180^\circ$.

b) DF song song với CE, từ đó suy ra $NE \cdot NF = NC \cdot ND$.

c) CA là tia phân giác của góc BCE.

d) HN vuông góc với AB.

Câu 6: (1,0 điểm)

Một cốc nước có dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 3 viên bi làm bằng thủy tinh có cùng đường kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu?

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:..... Chữ ký của giám thị 2 :.....

HƯỚNG DẪN CHẤM – ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

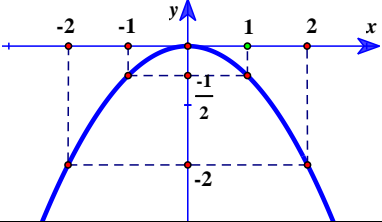
- Học sinh làm cách khác đáp án nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài chấm điểm lẻ đến 0,25.
- Đáp án chấm này gồm 04 trang.

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.	(0,5đ)
Biểu thức A có nghĩa khi và chỉ khi $x-1 \geq 0$	0,25
$\Leftrightarrow x \geq 1.$	0,25
Vậy khi $x \geq 1$ thì biểu thức A có nghĩa.	
b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức $B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^3} - \sqrt{5^2 \cdot 2}.$	(0,5đ)
$B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$	0,25
$= 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 0.$	0,25
Vậy $B = 0.$	
c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} \cdot \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1.$	(0,5đ)
$C = \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1} = \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1} \cdot \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$	0,25
$= \frac{a-\sqrt{a}}{a-1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}.$	0,25
Vậy $C = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}.$	

Câu 2: (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=4 \\ 3x-y=5 \end{cases}$ (I).	(0,5đ)												
Từ hệ (I) viết lại: $\begin{cases} x+2(3x-5)=4 \\ y=3x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ y=3x-5 \end{cases}$	0,25												
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$	0,25												
Vậy hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1).$													
b) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).	(1,0đ)												
i) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.	0,5đ												
Lập bảng đúng													
<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>-2</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	0,25
x	-2	-1	0	1	2								
y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2								

<p>Vẽ đồ thị đúng</p> 	0,25
<p>ii) Cho đường thẳng $y = mx + n$ (Δ). Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P).</p>	0,5đ
<p>(Δ) và (d) song song với nhau khi và chỉ khi $m = -2$ và $n \neq 5$.</p>	0,25
<p>Hoành độ giao điểm của (Δ) và đồ thị (P) là nghiệm của phương trình $-\frac{1}{2}x^2 = -2x + n \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2n = 0$ (*). (Δ) và đồ thị (P) có duy nhất một điểm chung khi và chỉ khi (*) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2n = 0 \Leftrightarrow n = 2$ (thỏa điều kiện $n \neq 5$). Vậy $m = -2$ và $n = 2$.</p>	0,25

Câu 3: (1,0 điểm)

Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

<p>Gọi x, y (giờ) lần lượt là thời gian để vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể ($x > 5, y > 5$). Trong mỗi giờ, vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy được lần lượt là $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ bể.</p>	0,25
<p>Nếu hai vòi cùng chảy vào bể, sau đúng 5 giờ, bể sẽ đầy nước nên ta có phương trình $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 5 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$ (1).</p>	0,25
<p>Mặt khác nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ ta được $\frac{1}{4}$ bể nước, nên ta có phương trình $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ (2).</p>	0,25
<p>Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} = \frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{20}{3} \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$ Vậy vòi thứ nhất chảy riêng mất 20 giờ thì đầy bể; vòi thứ hai chảy riêng mất $\frac{20}{3}$ giờ thì đầy bể.</p>	0,25

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ (1), với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.	(0,5đ)
Khi $m = 2$, thì phương trình (1) trở thành: $x^2 - 6x + 9 = 0$.	0,25
$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.	0,25
Vậy khi $m = 2$, phương trình (1) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 3$.	
b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức sau: $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0$.	(1,5đ)
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 5) > 0$	0,25
$\Leftrightarrow 2m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.	0,25
Với $m > 2$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .	0,25
Khi đó ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ và $x_1 \cdot x_2 = m^2 + 5$.	
Do đó $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0 \Leftrightarrow 2(m^2 + 5) - 10(m+1) + 8 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$	0,25
Vì $m > 2$ nên $m = 4$.	0,25

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và D là hình chiếu vuông góc của B trên AO sao cho D nằm giữa A và O . Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của BD và AC , F là giao điểm của MD và AC , E là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn (O) , H là giao điểm của BF và AD . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $BDOM$ nội tiếp và $\angle MOD + \angle NAE = 180^\circ$.	(1,25đ)
Vẽ đủ hình để giải câu a) cho 0,25 điểm	
	0,25
Ta có $BD \perp OA$ (gt) $\Rightarrow \angle BDO = 90^\circ$.	
M là trung điểm BC nên $OM \perp BC$ (tính chất đường kính và dây cung) $\Rightarrow \angle BMO = 90^\circ$.	0,25
Tứ giác $BDOM$ có $\angle BDO + \angle BMO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác nội tiếp.	0,25
Ta có $\angle MOD + \angle MBD = 180^\circ$ (vì tứ giác $BDOM$ nội tiếp).	0,25
Mặt khác $\angle CBE = \angle CAE$ (do cùng chắn cung CE của đường tròn (O)) nên $\angle MOD + \angle NAE = 180^\circ$.	0,25
b) DF song song với CE, từ đó suy ra $NE \cdot NF = NC \cdot ND$.	(0,75đ)
Ta có OD vuông góc với BE suy ra D là trung điểm của BE (tính chất đường kính	0,25

và đây cung).	
Tam giác BEC có MD là đường trung bình nên MD song song EC suy ra DF//CE.	0,25
Vì DF//CE nên $\triangle NFD \sim \triangle NCE$ suy ra $\frac{NF}{NC} = \frac{ND}{NE} \Leftrightarrow NE \cdot NF = NC \cdot ND$.	0,25
c) CA là tia phân giác của góc BCE.	(0,5đ)
Tam giác ABE có AD vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao nên tam giác ABE cân tại A suy ra AB = AE \Rightarrow AB = AE.	0,25
Suy ra $\angle ACB = \angle ACE$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau). Vậy CA là tia phân giác của góc BCE.	0,25
d) HN vuông góc với AB.	(0,5đ)
Do $\angle FDN = \angle NEC$ (slt). Mà $\angle NEC = \angle BAC$ (góc nội tiếp chắn cung BC) $\Rightarrow \angle BAC = \angle FDN \Rightarrow$ Tứ giác AFDB nội tiếp.	0,25
Do đó $\angle AFB = \angle ADB = 90^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung). Suy ra $BF \perp AN$ nên H là trực tâm của tam giác ABN hay $HN \perp AB$.	0,25

Câu 6: (1,0 điểm)

Một cốc nước dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 3 viên bi làm bằng thủy tinh có cùng đường kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu?

Đường kính của 1 viên bi bằng 2 cm nên tổng thể tích của 3 viên bi là 4π (cm ³)	0,25
Gọi h là chiều cao mực nước dâng lên so với mực nước ban đầu sau khi thả bi vào. Ta có phương trình $\pi 3^2 h = 4\pi$	0,25
$\Leftrightarrow h = \frac{4}{9}$ (cm)	0,25
Chiều cao của mực nước trong cốc lúc này là $10 + \frac{4}{9} = \frac{94}{9}$ (cm).	0,25

HẾT

Câu 1. (2đ)

a) Rút gọn: $3\sqrt{75} - 12\sqrt{3} + \sqrt{12}$

b) Rút gọn: $N = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}}$

c) Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 9$

Câu 2. (2đ)

a) Cho hai hàm số: $y = -x^2$ và $y = 2x - 5$. Vẽ đồ thị hai hàm số đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Viết phương trình đường thẳng (d): $y = ax + b$, biết (d) đi qua hai điểm A(-1; 10); B(3; -2).

Câu 3. (2đ)

a) Giải phương trình: $3x^2 + 2x - 8 = 0$

b) Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 3 = 0$. Tìm tất cả giá trị của tham số

m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$

Câu 4. (4đ)

Cho đường tròn (O) đường kính AC. Trên bán kính OC lấy điểm B tùy ý (B không trùng O và C). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Qua M kẻ dây cung DE vuông góc với AB. Kẻ BI vuông góc với CD ($I \in CD$).

a) Cho $AM = 4\text{cm}$; $MC = 9\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MD và $\tan A$ của tam giác MDA.

b) Chứng minh: BMDI là tứ giác nội tiếp.

c) Chứng minh ADBE là hình thoi và ba điểm I; B; E thẳng hàng.

d) Gọi O' là tâm đường tròn đường kính BC. Chứng minh: MI là tiếp tuyến của (O').



HƯỚNG DẪN CHẤM

(Gồm có 06 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
<p>Câu 1 (2 điểm)</p>	<p>a) $M = 3\sqrt{75} - 12\sqrt{3} + \sqrt{12}$</p>	
	<p>$M = 15\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$</p>	0,25
	<p>$M = 5\sqrt{3}$</p>	0,25
	<p>Ghi chú: - Thí sinh không làm bước 1 mà bấm máy tính ra ngay kết quả thì chấm 0,25 điểm. - Ở bước 1 thí sinh làm đúng 1 hạng tử thì vẫn được 0,25 điểm.</p>	
	<p>b) $N = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.</p>	
	<p>Cách 1: $x = 0$. N vô nghĩa.</p>	0,75
	<p>Cách 2: $\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}-1$</p>	0,25
	<p>$\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = 1+\sqrt{x}$</p>	0,25
	<p>Vậy $N = -2$</p>	0,25
	<p>Ghi chú: - Dấu "=" mà ghi dấu "\Leftrightarrow" thì chấm điểm 00 cho cả bài. - Không có dấu "=" thì chấm điểm 00 cho cả bài. - Thiếu dấu "=" thì trừ 0,25 điểm cho cả bài.</p>	
<p>c) $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 9$</p>	<p>$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-3)^2} = 9 \Leftrightarrow 2x-3 = 9$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=9 \\ 2x-3=-9 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-3 \end{cases}$</p>	0,25

Ghi chú: - Dấu " \Leftrightarrow " mà ghi dấu "=" thì chấm điểm 00 cho cả bài.
 - Dấu " \Rightarrow " mà ghi dấu " \Rightarrow " thì không trừ điểm.
 - Không có dấu " \Rightarrow " hoặc " \Leftrightarrow " thì không trừ điểm.

a) Cho hai hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 5$. Vẽ đồ thị hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

2
(2 điểm)

a)
(1,0 đ)

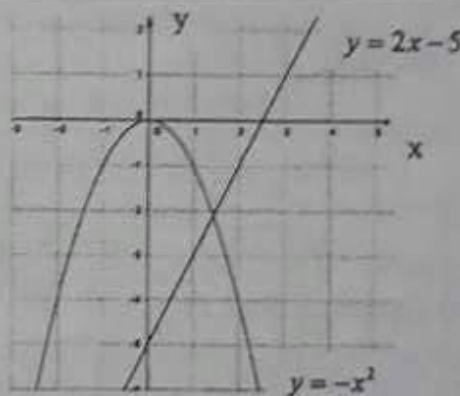
Bảng giá trị đúng 3 cặp số trở lên mà parabol $y = -x^2$ đi qua (phải có điểm O và một cặp điểm đối xứng qua trục Oy).

0,25

Đồ thị hàm số $y = 2x - 5$ đi qua hai điểm: $(0; -5)$, $(\frac{5}{2}; 0)$
 (hoặc tìm đúng hai điểm mà đồ thị hàm số $y = 2x - 5$ đi qua).

0,25

Đồ thị:



0,5

Ghi chú:

- Mỗi đồ thị vẽ đúng đạt 0,25đ.
- Mặt phẳng Oxy thiếu hai trong ba yếu tố (O, x, y) và vẽ đúng 2 đồ thị thì chấm 0,25 phần vẽ hai đồ thị.
- Thiếu chiều dương cả Ox, Oy và vẽ đúng 2 đồ thị thì chấm 0,25 phần vẽ hai đồ thị.
- Trục Ox ghi thành Oy và trục Oy ghi thành Ox thì chấm điểm 00 phần vẽ hai đồ thị.
- Thiếu ghi hoàn toàn các số của các điểm đặc biệt trên trục Ox, Oy thì trừ 0,25 điểm.

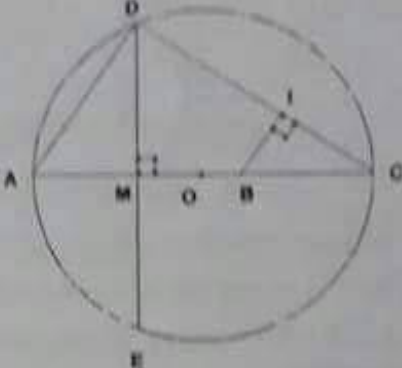
b)
(1,0 đ)

b) Viết phương trình đường thẳng $(d): y = ax + b$, biết (d) đi qua hai điểm $A(-1; 10)$ và $B(3; -2)$.

Vì đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(-1; 10)$ và $B(3; -2)$ nên
$$\begin{cases} -a + b = 10 \\ 3a + b = -2 \end{cases}$$

0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 7 \end{cases}$	0,25 0,25
		Vậy (d): $y = -3x + 7$	0,25
Ghi chú: Bước 2, tìm được $a = -3$ đạt 0,25 điểm, tìm được $b = 7$ đạt 0,25 điểm.			
Câu 3 (2 điểm)	a) (1,0 đ)	a) $3x^2 + 2x - 8 = 0$	
		Ta có: $\Delta' = b^2 - ac = 1^2 - 3 \cdot (-8) = 25 > 0$	0,25
		Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:	0,25
		$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1 + 5}{3} = \frac{4}{3}$	0,25
		$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1 - 5}{3} = -2$	0,25
Ghi chú: - Thí sinh bấm máy tính ra ngay kết quả thì chấm điểm 00 cho cả bài. - Thí sinh không ghi $\Delta' > 0$ vẫn chấm trọn điểm ý này. - Thí sinh có thể không ghi công thức nhưng phải thế số theo công thức thì mới chấm điểm.			
b) (1,0 đ)		b) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -2$.	
		Ta có: $\Delta' = 2m + 4$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -2$	0,25
		Theo định lý Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = 2(m+1)$	0,25
		Ta có: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$	0,25
		Suy ra: $2(m+1) = 0 \Leftrightarrow m = -1$ (thỏa điều kiện) Vậy $m = -1$.	0,25
		Cho đường tròn (O) đường kính AC. Trên bán kính OC lấy điểm B tùy ý (điểm B không trùng O và C). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Qua M kẻ dây cung DE vuông góc với AB. Kẻ BI vuông góc với CD ($I \in CD$).	

		<p>a) Cho $AM = 4 \text{ cm}$, $MC = 9 \text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MD và $\tan A$ của $\triangle MDA$.</p> <p>b) Chứng minh tứ giác $BMDI$ nội tiếp.</p> <p>c) Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi và ba điểm I, B, E thẳng hàng.</p> <p>d) Gọi O' là tâm đường tròn đường kính BC. Chứng minh MI là tiếp tuyến của đường tròn (O').</p>	
<p>Câu 4 (4 điểm)</p>	<p>Hình vẽ (0,25đ): như đáp án Nếu thiếu hai góc vuông cho trọn điểm.</p>		<p>0,25</p>
<p>a) (1,0 đ)</p>		<p>a) Cho $AM = 4 \text{ cm}$, $MC = 9 \text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MD và $\tan A$ của $\triangle MDA$.</p> <p>*Tính DM: Ta có $\widehat{ADC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\triangle ADC$ vuông tại D, đường cao DM, có: $DM^2 = MA \cdot MC$ $= 4 \cdot 9 = 36$ $\Rightarrow DM = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$</p> <p><u>Ghi chú:</u> - Nếu không nêu $\widehat{ADC} = 90^\circ$ thì không trừ điểm. - Nếu không ghi hệ thức $DM^2 = MA \cdot MC$ mà đặt phép tính và tính đúng thì cho trọn điểm.</p> <p>* Tính $\tan A$ của $\triangle MDA$. $\triangle MDA$ vuông tại M, có: $\tan A = \frac{DM}{MA}$ $= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$</p> <p><u>Ghi chú:</u> - Nếu không ghi tỉ số $\frac{DM}{MA}$ mà đặt phép tính và tính đúng thì cho trọn điểm.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

b) (0,75 đ)	b) Chứng minh tứ giác $BMDI$ nội tiếp.	
	$\widehat{DMB} = 90^\circ$ ($DE \perp AB$) $\widehat{DIB} = 90^\circ$ ($BI \perp DC$)	0,25
	Xét tứ giác $BMDI$, ta có: $\widehat{DMB} + \widehat{DIB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.	0,25
	Vậy tứ giác $BMDI$ là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn.	0,25
<p>Ghi chú:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Thí sinh chỉ ra được $\widehat{DMB} = 90^\circ$, $\widehat{DIB} = 90^\circ$ thì chấm 0,25 điểm, không cần chú ý đến giải thích. - Thí sinh không làm bước 1 mà làm đầy đủ các ý của bước 2 và bước 3 thì cho trọn điểm. 		
c) (1,0 đ)	c) Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi và ba điểm I, B, E thẳng hàng.	
	Vì $DE \perp AB$ nên $MD = ME$ Xét tứ giác $ADBE$ có: $MD = ME$ (cmt) $MA = MB$ (gt) Suy ra tứ giác $ADBE$ là hình bình hành.	0,25
	Mà $DE \perp AB$ (gt) Vậy tứ giác $ADBE$ là hình thoi.	0,25
	$\Rightarrow AD \parallel BE$ Mà $\widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow AD \perp DC$ Vậy $BE \perp DC$	0,25
	Mặt khác $BI \perp DC$ (gt) Do đó 3 điểm E, B, I thẳng hàng.	0,25
	d) Gọi O' là tâm đường tròn đường kính BC . Chứng minh MI là tiếp tuyến của đường tròn (O') .	
Ta có $\widehat{BIC} = 90^\circ \Rightarrow I \in (O')$	0,25	
ΔDIE vuông tại I có IM là đường trung tuyến nên $IM = ME = \frac{DE}{2}$		

Phần 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{2017}{x-2}$ xác định là

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \neq 2$ D. $x = 2$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số $y = x + 1$ đi qua điểm

- A. M(1;0) B. N(0;1) C. P(3;2) D. Q(-1;-1)

Câu 3. Điều kiện để hàm số $y = (m-2)x + 8$ nghịch biến trên R là

- A. $m \geq 2$ B. $m > 2$ C. $m < 2$ D. $m \neq 2$

Câu 4. Trong các phương trình bậc hai sau phương trình nào có tổng 2 nghiệm bằng 5

- A. $x^2 - 10x - 5 = 0$ B. $x^2 - 5x + 10 = 0$ C. $x^2 + 5x - 1 = 0$ D. $x^2 - 5x - 1 = 0$

Câu 5. Trong các phương trình bậc hai sau phương trình nào có 2 nghiệm trái dấu

- A. $-x^2 + 2x - 3 = 0$ B. $5x^2 - 7x - 2 = 0$ C. $3x^2 - 4x + 1 = 0$ D. $x^2 + 2x + 1 = 0$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH biết BH = 4cm và CH = 16cm độ dài đường cao AH bằng

- A. 8cm B. 9cm C. 25cm D. 16cm

Câu 7. Cho đường tròn có chu vi bằng 8π cm bán kính đường tròn đã cho bằng

- A. 4cm B. 2cm C. 6cm D. 8cm

Câu 8. Cho hình nón có bán kính bằng 3 cm chiều cao bằng 4cm diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $24\pi \text{ cm}^2$ B. $12\pi \text{ cm}^2$ C. $20\pi \text{ cm}^2$ D. $15\pi \text{ cm}^2$

Phần 2: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$ (với $x > 0$ và $x \neq 1$)

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm các giá trị của x sao cho $3P = 1 + x$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - x + m + 1 = 0$ (m là tham số)

- 1) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- 2) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm các giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. đường tròn tâm E đường kính BH cắt AB tại M (M khác B), đường tròn tâm F đường kính HC cắt AC tại N (N khác C)

- 1) Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và $AN \cdot AC = MN^2$
- 2) Gọi I là trung điểm của EF, O là giao điểm của AH và MN. Chứng minh IO vuông góc với đường thẳng MN
- 3) Chứng minh $4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2$

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN: (Nguyễn Mạnh Tuấn)

Phần 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	C	D	B	A	A	D

Phần 2: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

1)

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}(x\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(x + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{x - 1} \end{aligned}$$

$$2) \quad 3P = 1 + x \Leftrightarrow \frac{3}{x - 1} = 1 + x \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \quad (\text{do } x > 0; x \neq 1)$$

Câu 2. (1,5 điểm)

1) $\Delta = -4m - 3$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < -\frac{3}{4}$

2) Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$$

Cách 1:

$$x_1^2 + x_1 x_2 + 3x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) + 3x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1 + 3x_2 = 7 \quad (\text{do } x_1 + x_2 = 1)$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 \cdot 3 = m + 1 \Leftrightarrow m = -7 \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Cách 2:

$$x_1 + x_2 = 1 \Leftrightarrow x_2 = 1 - x_1. \text{ Do đó:}$$

$$x_1^2 + x_1 x_2 + 3x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1(1 - x_1) + 3(1 - x_1) = 7$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1 - x_1^2 + 3 - 3x_1 = 7$$

$$\Leftrightarrow -2x_1 = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -2$$

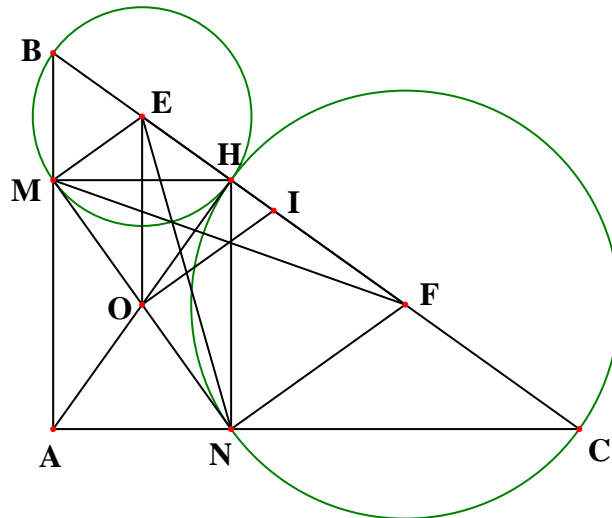
Từ đó tìm x_2 rồi tìm m .

Câu 3. (1,0 điểm)Điều kiện: $x \neq 0; y \neq -1$

$$\begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ y + 1 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ y + 1 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y + 1 = y(3 - y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y + 1 = y(3 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ (y - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. đường tròn tâm E đường kính BH cắt AB tại M (M khác B), đường tròn tâm F đường kính HC cắt AC tại N (N khác C)



1) Ta có: $\angle BMH = \angle HNC = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow HM \perp AB, HN \perp AC$

Áp dụng hệ thức lượng vào các tam giác vuông AHB và AHC, có:

$$AH^2 = AM \cdot AB \text{ và } AH^2 = AN \cdot AC$$

$\Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$

Mặt khác, tứ giác AMHN có ba góc vuông nên là hình chữ nhật

$\Rightarrow AH = MN$

$\Rightarrow AN \cdot AC = MN^2$.

2) Tứ giác AMHN là hình chữ nhật, có O là giao điểm của AH và MN

$\Rightarrow O$ là trung điểm của AH và MN

Dễ thấy $\triangle EMO = \triangle EHO$ (c.c.c)

$\Rightarrow \angle EMO = \angle EHO = 90^\circ$

$\Rightarrow EM \perp MN$

Chứng minh tương tự được $FN \perp MN$

$\Rightarrow ME \parallel NF \Rightarrow MEFN$ là hình thang vuông

Lại có OI là đường trung bình của hình thang vuông MEFN

$\Rightarrow OI \perp MN$

3) Đặt $MN = AH = h$; x, y lần lượt là bán kính của (E) và (F). Ta có:

$$4(EN^2 + FM^2) = 4[(ME^2 + MN^2) + (ME^2 + MN^2)] = 4(x^2 + y^2 + 2h^2)$$

$$\begin{aligned} BC^2 + 6AH^2 &= (HB + HC)^2 + 6h^2 = HB^2 + HC^2 + 2 \cdot HB \cdot HC + 6h^2 \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 2h^2 + 6h^2 = 4(x^2 + y^2 + 2h^2) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } 4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2.$$

Câu 5. (1,0 điểm)Điều kiện: $x \geq 6$ *Cách 1: Lời giải của thầy Nguyễn Minh Sang:*

$$\sqrt{5x^2 + 4x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 4x + 25x - 10x\sqrt{5x+4} = x^2 - 3x - 18$$

$$\Leftrightarrow 6(5x+4) - 10x\sqrt{5x+4} + 4x^2 + 2x - 6 = 0$$

Đặt $\sqrt{5x+4} = t$, phương trình trên trở thành:

$$6t^2 - 10xt + 4x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$\Delta' = 25x^2 - 6(4x^2 + 2x - 6) = (x-6)^2 \geq 0$$

$$\begin{cases} t = \frac{5x + |x-6|}{6} \\ t = \frac{5x - |x-6|}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x-1 \\ t = \frac{2x+3}{3} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = x-1 \Leftrightarrow x-1 = \sqrt{5x+4} \Leftrightarrow x^2 - 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \text{ (do } x \geq 6)$$

$$\text{Với } t = \frac{2x+3}{3} \Leftrightarrow 2x+3 = 3\sqrt{5x+4} \Leftrightarrow 4x^2 - 33x - 27 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (do } x \geq 6)$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{7 + \sqrt{61}}{2}; 9 \right\}.$$

Cách 2: Lời giải của thầy Nguyễn Văn Thảo:

$$\sqrt{5x^2 + 4x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 4x = x^2 + 22x - 18 + 10\sqrt{x(x^2 - 3x - 18)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 9 = 5\sqrt{x(x-6)(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x) + 3(x+3) = 5\sqrt{(x^2 - 6x)(x+3)}$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} a = \sqrt{x^2 - 6x} \\ b = \sqrt{x+3} \end{cases} \quad (a \geq 0; b \geq 3) \text{ ta có phương trình:}$$

$$2a^2 + 3b^2 = 5ab \Leftrightarrow (a-b)(2a-3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2a = 3b \end{cases}$$

$$1) a = b \Leftrightarrow x^2 - 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \text{ (TM)} \\ x = \frac{7 - \sqrt{61}}{2} \text{ (KTM)} \end{cases}$$

$$2) 2a = 3b \Leftrightarrow 4x^2 - 33x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \text{ (tm)} \\ x = \frac{-3}{4} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình có tập nghiệm: } S = \left\{ 9; \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \right\}.$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7} + 7}{2\sqrt{7}}$ - 3

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \right) \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ 2x

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$ 2 - 2

b) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

c) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + m - 6$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ dương.

Câu 3. (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15 m. Nếu giảm chiều dài 2 m và tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 44 m^2 . Tính diện tích của mảnh vườn.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn $(O; R)$ tại C. Nối MC cắt đường tròn $(O; R)$ tại D. Tia AD cắt MB tại E.

a) Chứng minh MAOB là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $EM = EB$.

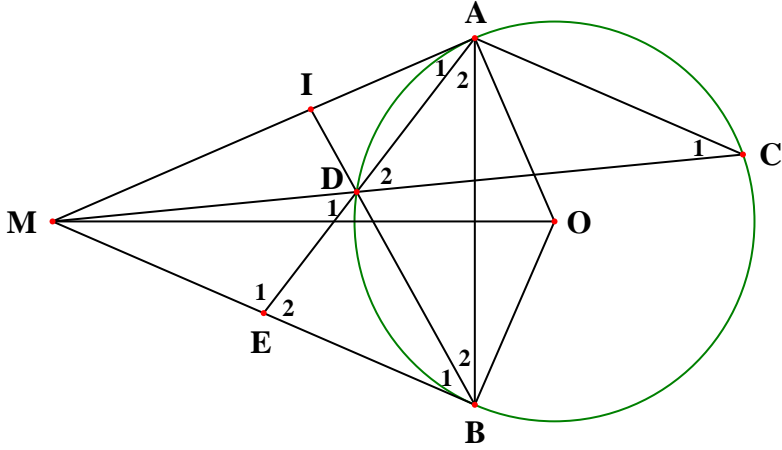
c) Xác định vị trí của điểm M để $BD \perp MA$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Giải phương trình: $x + \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	a)	$A = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7} + 7}{2\sqrt{7}} = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7}(1 + \sqrt{7})}{2\sqrt{7}} = \frac{(1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})}{2}$ $= \frac{1 - 7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$	1.0
	b)	<p>Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$</p> $P = \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}} = \frac{1 + \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}}{1 - x} \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{-(x - 1)} \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}} = -2$ <p>Vậy $P = -2$ với $x > 0; x \neq 1$.</p>	1.0
Câu 2 (2,5đ)	a)	$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 3 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 4 \cdot \frac{1}{2} + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$.</p>	0.75
	b)	<p><u>Cách 1:</u></p> $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3$ <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt:</p> $x_1 = \frac{5 + 3}{2 \cdot 2} = 2; x_2 = \frac{5 - 3}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ <p><u>Cách 2:</u></p> $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}$	0.75
	c)	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):</p> $x^2 = 2x + m - 6 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 6 = 0 \quad (*)$ <p>(P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ dương \Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 5 > 0 \\ 2 > 0 \\ -m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 6$ <p>Vậy $5 < m < 6$ là giá trị cần tìm.</p>	1.0
Câu 3 (1,5đ)		<p><u>Cách 1:</u> Lập phương trình</p> <p>Gọi chiều dài mảnh vườn là x (m). Điều kiện: $x > 15$.</p> <p>\Rightarrow Chiều rộng mảnh vườn là $x - 15$ (m) và diện tích mảnh vườn là $x(x - 15)$ (m^2).</p> <p>Nếu giảm chiều dài $2m$ thì chiều dài mới là $x - 2$ (m)</p> <p>Nếu tăng chiều rộng $3m$ thì chiều rộng mới là $x - 12$ (m)</p> <p>\Rightarrow Diện tích mới là $(x - 2)(x - 12)$ (m^2)</p>	1.5

	<p>Vì khi đó diện tích tăng thêm 44m^2 nên ta có phương trình: $(x - 2)(x - 12) - x(x - 15) = 44$ $\Leftrightarrow x^2 - 14x + 24 - x^2 + 15x = 44$ $\Leftrightarrow x = 20$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy diện tích mảnh vườn là $20 \cdot (20 - 15) = 100$ (m^2).</p>	
	<p><u>Cách 2:</u> Lập hệ phương trình Gọi chiều dài và chiều rộng mảnh vườn lần lượt là x (m) và y (m). Điều kiện: $x > 15, x > y > 0$. \Rightarrow Diện tích mảnh vườn là xy (m^2). Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng 15m nên: $x - y = 15$ (1) Nếu giảm chiều dài 2m thì chiều dài mới là $x - 2$ (m) Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $y + 3$ (m) \Rightarrow Diện tích mới là $(x - 2)(y + 3)$ (m^2) Vì khi đó diện tích tăng thêm 44m^2 nên ta: $(x - 2)(y + 3) - xy = 44 \Leftrightarrow 3x - 2y = 50$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy diện tích mảnh vườn là $20 \cdot 5 = 100$ (m^2).</p>	
<p>Câu 4 (3,0đ)</p>		<p>0.25</p>
	<p>a) Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên: $\text{MAO} = \text{MBO} = 90^\circ$ Tứ giác MAOB có: $\text{MAO} + \text{MBO} = 180^\circ$ \Rightarrow Tứ giác MAOB nội tiếp</p>	<p>0.75</p>
	<p>b) Ta có: $\text{EMD} = C_1$ (so le trong, $\text{AC} \parallel \text{MB}$) $A_1 = C_1 \left(= \frac{1}{2} \text{sđAD} \right)$ $\Rightarrow \text{EMD} = A_1$ ΔEMD và ΔEAM có: E_1 chung, $\text{EMD} = A_1$ $\Rightarrow \Delta \text{EMD} \simeq \Delta \text{EAM}$ (g.g)</p>	<p>1.0</p>

		$\Rightarrow \frac{EM}{EA} = \frac{ED}{EM} \Rightarrow EM^2 = EA \cdot ED \quad (1)$ <p>ΔEBD và ΔEAB có:</p> <p>E_2 chung, $B_1 = A_2 \left(= \frac{1}{2} sđBD \right)$</p> <p>$\Rightarrow \Delta EBD \sim \Delta EAB$ (g.g)</p> $\Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow EB^2 = EA \cdot ED \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow EM^2 = EB^2 \Rightarrow EM = EB$</p>	
	c)	<p>Gọi I là giao điểm của của BD và MA</p> <p>Vì $\Delta EMD \sim \Delta EAM$ nên:</p> <p>$D_1 = AMB$</p> <p>$\Rightarrow D_2 = AMB$ (do $D_1 = D_2$)</p> <p>$\Rightarrow D_2 + C_1 = AMB + B_1$ (do $C_1 = B_1$)</p> <p>Do đó:</p> <p>$BD \perp AM \Leftrightarrow MIB = 90^\circ \Leftrightarrow AMB + B_1 = 90^\circ \Leftrightarrow D_2 + C_1 = 90^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow DAC = 90^\circ \Leftrightarrow AE \perp AC \Leftrightarrow AE \perp MB$ (do $AC \parallel MB$)</p> <p>$\Leftrightarrow \Delta MAB$ cân tại A</p> <p>$\Leftrightarrow \Delta MAB$ đều (vì ΔMAB cân tại M)</p> <p>$\Leftrightarrow AMO = 30^\circ$</p> <p>$\Leftrightarrow MO = 2R$</p> <p>Vậy khi M cách O một khoảng bằng 2R thì $BD \perp AM$</p>	1.0
Câu 5 (1.0đ)		$x + \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1 - x \quad (\text{ĐK} : x(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1)$ $\Rightarrow \frac{8x^2}{1+x^2} = 1 - 2x + x^2$ $\Leftrightarrow (1+x^2)(1-2x+x^2) = 8x^2$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1 + x)(x^2 - x + 1 - x) - 8x^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1)^2 - x^2 - 8x^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1)^2 - 9x^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 4x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = 0 \\ x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$ <p>Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow x = 2 - \sqrt{3}$</p> <p>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 2 - \sqrt{3}$.</p>	1.0

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{3})$

b) Tìm m để đường thẳng $y = (m-1)x + 3$ song song với đường thẳng $y = 2x + 1$

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

Cho phương trình: $x^2 + 2(m+2)x + 4m - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1), tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 30$

Câu 3 (1,5 điểm).

Một ô tô dự định đi từ bến xe A đến bến xe B cách nhau 90 km với vận tốc không đổi. Tuy nhiên, ô tô khởi hành muộn 12 phút so với dự định. Để đến bến xe B đúng giờ ô tô đã tăng vận tốc lên 5 km/h so với vận tốc dự định. Tìm vận tốc dự định của ô tô.

Câu 4 (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ điểm C nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến CA, CB và cát tuyến CMN với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm, M nằm giữa C và N). Gọi H là giao điểm của CO và AB.

a) Chứng minh tứ giác AOBC nội tiếp

b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CB theo thứ tự tại E và F. Đường vuông góc với CO tại O cắt CA, CB theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh $POE = OFQ$

d) Chứng minh: $PE + QF \geq PQ$

Câu 5 (0,5 điểm).

Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{3a^2 + 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 + 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 + 2ca + 3a^2}$

----- Hết -----

SƠ LƯỢC LỜI GIẢI

Câu 1 (2,5 điểm).

- a) $A = \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{3}) = \sqrt{3}(2\sqrt{3} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$
- b) Đường thẳng $y = (m-1)x + 3$ song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ khi:
- $$\begin{cases} m-1=2 \\ 3 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow m=3$$
- c) $\begin{cases} x+2y=4 \\ 5x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=12 \\ 2y=4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm).

Xét phương trình: $x^2 + 2(m+2)x + 4m - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

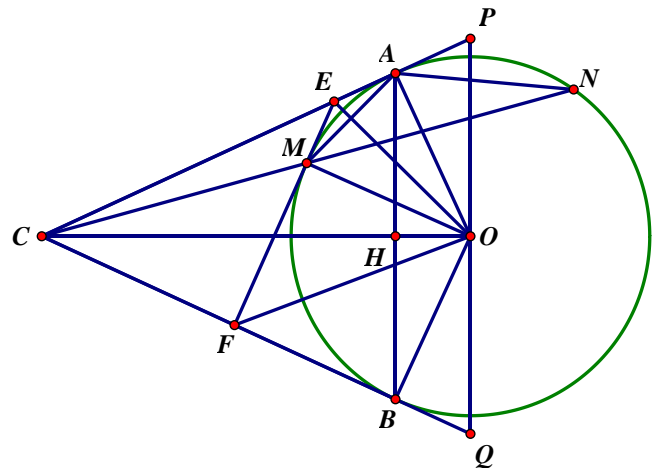
- a) Với $m = 2$, ta có pt: $x^2 + 8x + 7 = 0$
Do $a - b + c = 1 - 8 + 7 = 0$ nên pt có 2 nghiệm: $x_1 = -1$; $x_2 = -7$
- b) +) Do $a = 1 \neq 0$ và $\Delta' = (m+2)^2 - (4m-1) = m^2 + 5 > 0 \forall m \Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
+) $x_1^2 + x_2^2 = 30 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 30$ (*)
Do x_1, x_2 là hai nghiệm của pt (1), theo Viet: $x_1 + x_2 = -2(m+2)$; $x_1 \cdot x_2 = 4m - 1$
Từ (*) suy ra: $4(m+2)^2 - 2(4m-1) = 30 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m \in \{-3; 1\}$ (tmđk)

Câu 3 (1,5 điểm).

- Gọi vận tốc ô tô dự định đi từ A đến B là x (km/h), đk: $x > 0$
 \Rightarrow vận tốc ô tô thực tế đã đi từ A đến B là $x + 5$ (km/h)
- Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB với vận tốc dự định là: $\frac{90}{x}$ (h)
- Thời gian ô tô đã đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x+5}$ (h)
- Ta có phương trình: $\frac{90}{x} - \frac{90}{x+5} = \frac{1}{5}$ (*) (đổi 12 phút = $\frac{1}{5}$ h)
- Từ (*), ta có: $x^2 + 5x - 2250 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 45 \text{ (tm)} \\ x_2 = -50 \text{ (loại)} \end{cases}$
 - Vậy: Vận tốc dự định của ô tô là 45 km/h

Câu 4 (3,5 điểm).

- a) Chứng minh tứ giác AOBC nội tiếp
Có:
 $\begin{cases} \angle CAO = 90^\circ \\ \angle CBO = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle CAO + \angle CBO = 180^\circ \Rightarrow$
AOBC là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $CH \cdot CO = CM \cdot CN$
+) CM: $\triangle CAO$ vuông tại A, $AH \perp CO$ suy ra $CA^2 = CH \cdot CO$ (2)



$$+) \text{ Có: } \begin{cases} \text{CAM} = \text{CNA} \\ \text{C - Chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta \text{CAM} \sim \Delta \text{CNA} \Rightarrow \frac{\text{CM}}{\text{CA}} = \frac{\text{CA}}{\text{CN}} \Rightarrow \text{CM} \cdot \text{CN} = \text{CA}^2 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra: $\text{CH} \cdot \text{CO} = \text{CM} \cdot \text{CN}$

c) Chứng minh $\text{POE} = \text{OFQ}$

$$+) \text{ OFQ} = \text{OCF} + \text{COF} = \text{OCP} + \text{COF} = \text{AOP} + \text{COF}$$

$$\begin{aligned} +) \text{ POE} &= \text{POA} + \text{AOE} = \text{AOP} + \frac{1}{2} \text{AOM} = \text{AOP} + \frac{1}{2} (180^\circ - \text{AEM}) \\ &= \text{AOP} + 90^\circ - \frac{1}{2} (\text{ECF} + \text{CFE}) = \text{AOP} + 90^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \text{AOB}) - \frac{1}{2} (180^\circ - \text{MFB}) \\ &= \text{AOP} + \frac{1}{2} \text{AOB} - \frac{1}{2} (180^\circ - 180^\circ + \text{MOB}) = \text{AOP} + \text{COB} - \text{BOF} = \text{AOP} + \text{COF} \end{aligned}$$

Vậy: $\text{POE} = \text{OFQ}$

d) Chứng minh: $\text{PE} + \text{QF} \geq \text{PQ}$

$$+) \text{ Áp dụng BĐT Cô si: } \text{PE} + \text{QF} \geq 2\sqrt{\text{PE} \cdot \text{QF}} \quad (4)$$

+) CM: ΔCPQ cân tại C $\Rightarrow \text{OPE} = \text{FQO}$ kết hợp $\text{POE} = \text{OFQ}$ suy ra $\Delta \text{PEO} \sim \Delta \text{QOF}$

$$\Rightarrow \frac{\text{PE}}{\text{QO}} = \frac{\text{PO}}{\text{QF}} \Rightarrow \text{PE} \cdot \text{QF} = \text{PO} \cdot \text{QO} = \left(\frac{\text{PQ}}{2}\right)^2 \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra: $\text{PE} + \text{QF} \geq \text{PQ}$

Câu 5 (0,5 điểm).

$$+) \text{ Ta có: } \sqrt{3a^2 + 2ab + 3b^2} = \sqrt{(a-b)^2 + 2(a+b)^2} \geq \sqrt{2(a+b)^2} = (a+b)\sqrt{2}$$

$$\text{T. t.}: \sqrt{3b^2 + 2bc + 3c^2} \geq (b+c)\sqrt{2}; \quad \sqrt{3c^2 + 2ca + 3a^2} \geq \sqrt{2}(c+a)$$

$$\text{Suy ra: } P \geq 2\sqrt{2}(a+b+c)$$

+) Áp dụng BĐT Cô si:

$$a+b+c = (a+1) + (b+1) + (c+1) - 3 \geq 2\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 2\sqrt{c} - 3 = 2 \cdot 3 - 3 = 3$$

$$\text{Vậy: } P \geq 6\sqrt{2}$$

$$P = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b; b = c; c = a \\ \sqrt{a} = 1; \sqrt{b} = 1; \sqrt{c} = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3 \end{cases}$$

$$\text{KL: } P_{\min} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

• Có thể cm $a+b+c \geq 3$ bằng cách sau:

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki với 3 bộ số: $(1; \sqrt{a}), (1; \sqrt{b}), (1; \sqrt{c})$ ta có:

$$(1 \cdot \sqrt{a} + 1 \cdot \sqrt{b} + 1 \cdot \sqrt{c})^2 \leq 3(a+b+c) \Rightarrow 3^2 \leq 3(a+b+c) \Rightarrow a+b+c \geq 3$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra khi } \frac{\sqrt{a}}{1} = \frac{\sqrt{b}}{1} = \frac{\sqrt{c}}{1}$$

Có gì sai sót mong được các thầy cô chỉ giáo

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{x+1}{2} - 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A = -1; x_B = 2$.

- Tìm tọa độ A, B.
- Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.
- Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình với $m = 0$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4.$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H \in AB; K \in AD$).

- Chứng minh tứ giác AHİK nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh rằng $IA \cdot IC = IB \cdot ID$.
- Chứng minh rằng tam giác HİK và tam giác BCD đồng dạng.
- Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HİK. Chứng minh rằng:

$$\frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4 \cdot AI^2}$$

Câu 5 (1,0 điểm)

Giải phương trình: $(x^3 - 4)^3 = \left(\sqrt[3]{(x^2 + 4)^2 + 4} \right)^2$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

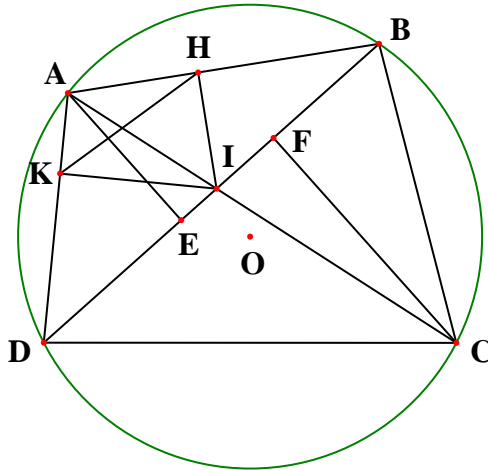
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5đ)	a)	$\frac{x+1}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = 1 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$ <p>Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$.</p>	0.75
	b)	$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 2 = 0 \quad (1) \\ y = 3 - 2x \quad (2) \end{cases}$ <p>Giải (1): $\Delta' = 3$; $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$ Thay vào (2): Với $x = 1 + \sqrt{3}$ thì $y = 3 - 2(1 + \sqrt{3}) = 1 - 2\sqrt{3}$ Với $x = 1 - \sqrt{3}$ thì $y = 3 - 2(1 - \sqrt{3}) = 1 + 2\sqrt{3}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x, y) \in \left\{ (1 + \sqrt{3}; 1 - 2\sqrt{3}), (1 - \sqrt{3}; 1 + 2\sqrt{3}) \right\}$.</p>	0.75
Câu 2 (2,5đ)	a)	Vì A, B thuộc (P) nên: $x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2}$ $x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$ <p>Vậy $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $B(2; 2)$.</p>	0.75
	b)	Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$ <p>Vậy (d): $y = \frac{1}{2}x + 1$.</p>	0.75
	c)	(d) cắt trục Oy tại điểm C(0; 1) và cắt trục Ox tại điểm D(-2; 0) $\Rightarrow OC = 1$ và $OD = 2$ Gọi h là khoảng cách từ O tới (d). Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào Δ vuông OCD, ta có: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4}$ $\Rightarrow h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	1.0
Câu 3 (2,0đ)	a)	$x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0 \quad (1)$ <p>Với $m = 0$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2x - 1 = 0$ $\Delta' = 2$; $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$ Vậy với $m = 2$ thì nghiệm của phương trình (1) là $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$.</p>	1.0

		$\Delta' = m + 2$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -2$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 1 \end{cases}$ Do đó: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 4 \Leftrightarrow \frac{2(m+1)}{m^2 + m - 1} = 4$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \neq 0 \\ m + 1 = 2(m^2 + m - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \neq 0 \\ 2m^2 + m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$ là các giá trị cần tìm.	1.0
Câu 4 (3,0đ)			0.25
	a)	Tứ giác AHİK có: $\widehat{AHI} = 90^\circ$ ($IH \perp AB$) $\widehat{AKI} = 90^\circ$ ($IK \perp AD$) $\Rightarrow \widehat{AHI} + \widehat{AKI} = 180^\circ$ \Rightarrow Tứ giác AHİK nội tiếp.	0.75
	b)	ΔIAD và ΔIBC có: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DC của (O)) $\widehat{AID} = \widehat{BIC}$ (2 góc đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta IAD \simeq \Delta IBC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{ID}{IC} \Rightarrow IA \cdot IC = IB \cdot ID$	0.5
	c)	Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHİK có $\widehat{A_1} = \widehat{H_1}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IK) Mà $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} \Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{B_1}$ Chứng minh tương tự, ta được $\widehat{K_1} = \widehat{D_1}$	0.75

ΔHIK và ΔBCD có: $H_1 = B_1$; $K_1 = D_1$
 $\Rightarrow \Delta HIK \simeq \Delta BCD$ (g.g)



d) Gọi S_1 là diện tích của ΔBCD .

Vì $\Delta HIK \simeq \Delta BCD$ nên:

$$\frac{S'}{S_1} = \frac{HK^2}{BD^2} = \frac{HK^2}{(IB + ID)^2} \leq \frac{HK^2}{4IB \cdot ID} = \frac{HK^2}{4IA \cdot IC} \quad (1)$$

$$\text{Vẽ } AE \perp BD, CF \perp BD \Rightarrow AE \parallel CF \Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{IC}{IA}$$

ΔABD và ΔBCD có chung cạnh đáy BD nên:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{CF}{AE} \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{IC}{IA} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{S'}{S_1} \cdot \frac{S_1}{S} \leq \frac{HK^2}{4IA \cdot IC} \cdot \frac{IC}{IA} \Leftrightarrow \frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4IA^2} \text{ (đpcm)}$$

0.75

Câu 5
(1,0đ)

Giải phương trình: $(x^3 - 4)^3 = \left(\sqrt[3]{(x^2 + 4)^2 + 4}\right)^2$.

ĐK: $x > \sqrt[3]{4}$

Đặt: $x^3 - 4 = u^2$ (2);

$$\sqrt[3]{x^2 + 4} = v \quad (v > 1) \Rightarrow v^3 - 4 = x^2 \quad (3)$$

Khi đó phương trình (1) $\Leftrightarrow (u^2)^3 = (v^2 + 4)^2$ hay $u^3 - 4 = v^2$ (4)

Từ (2), (3), (4) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 4 = u^2 & (2) \\ v^3 - 4 = x^2 & (3) \\ u^3 - 4 = v^2 & (4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - u^2 = 4 & (2) \\ v^3 - x^2 = 4 & (3) \\ u^3 - v^2 = 4 & (4) \end{cases}$$

Từ (2), (3), (4) $\Rightarrow x^3 > u^2$; $v^3 > x^2$; $u^3 > v^2$

Mà $x, u, v > 1 \Rightarrow x \geq u$; $v \geq x$; $u \geq v$. Vậy $x = u = v$

Từ đó ta có: $x^3 - 4 = x^2 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + x + 2) = 0 \Rightarrow x = 2$ (T/m)

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.

(Nguyễn Quang Huệ-THCS Long Cốc - Tân Sơn - Phú Thọ)

1.0

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn

Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 - 2018
Ngày thi: 06/06/2017
Môn thi: Toán (Hệ không chuyên)
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (1,5 điểm)

- Thực hiện phép tính: $\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2} - \sqrt{5}$ 2
- Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = -x + 2$ có đồ thị là (d).
 - Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy. $A(-2; 4)$ $B(-1; 1)$
 - Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d); (hoành độ của A nhỏ hơn hoành độ của B). Gọi C và D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành, tính diện tích của tứ giác ABDC. 3,5

Bài 2: (2,0 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 + 2017x^2 - 2018 = 0$ 1

b) $\begin{cases} 2x + y = -1 & 4 \\ x - 2y = 7 & 5 \end{cases}$

- Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (m là tham số).

- Tìm m để phương trình có nghiệm $x = -1$. Tính nghiệm còn lại. 3
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:
 $x_1^3 + x_2^3 = 8$. 3

Bài 3: (2,0 điểm)

Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu ở phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi? 2,5; 1,0

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB (M khác B và M khác O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường tròn đã cho tại N. Trên cung NB lấy điểm E bất kì (E khác B và E khác N). Tia BE cắt đường thẳng d tại C, đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D. Gọi H là giao điểm của AE và đường thẳng d.

- Chứng minh tứ giác BMHE nội tiếp được đường tròn.
- Chứng minh 3 điểm B, H, D thẳng hàng.
- Tính giá trị của biểu thức $BN^2 + AD \cdot AC$ theo R. 4K
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC cắt AB tại K. Chứng minh rằng khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn thẳng BK không đổi.

Bài 5: (1,0 điểm)

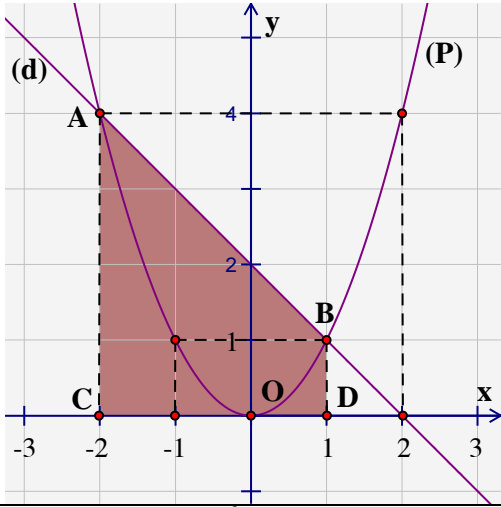
Cho a là số thực dương lớn hơn 1 và $x = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}$

Tính giá trị biểu thức $P = x^3 - 2x^2 - 2(a+1)x + 4a + 2021$

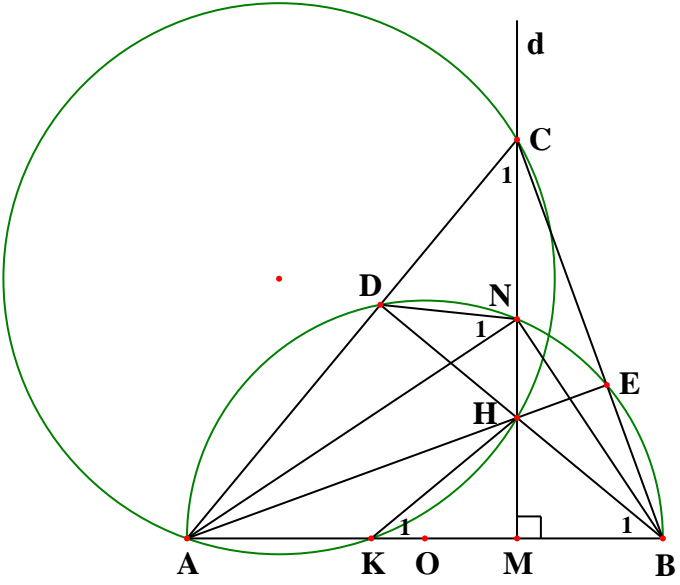
HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm												
Bài 1 (1,5đ)	1)	$\sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2} - \sqrt{5} = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 2$	0.5												
	2a)	<p>* (P) : $y = x^2$ Lập bảng giá trị:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$y = x^2$</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table> <p>Vẽ (P) là parabol đi qua 5 điểm $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$. * $y = -x + 2$ Cho $x = 0$ thì $y = 2$, ta được điểm $(0; 2)$ Cho $y = 0$ thì $x = 2$, ta được điểm $(2; 0)$ Vẽ (d) là đường thẳng đi qua hai điểm trên.</p> 	x	-2	-1	0	1	2	$y = x^2$	4	1	0	1	4	0.5
	x	-2	-1	0	1	2									
$y = x^2$	4	1	0	1	4										
2b)	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ Vì $a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -2$ Với $x = 1$ thì $y = 1 \Rightarrow B(1; 1)$ Với $x = -2$ thì $y = 4 \Rightarrow A(-2; 4)$ Dễ thấy $C(-2; 0)$ và $D(1; 0)$ $\Rightarrow AC = 4; BD = 1; CD = 3$ Vì ABDC là hình thang vuông nên: $S_{ABDC} = \frac{(AC + BD) \cdot CD}{2} = \frac{(4 + 1) \cdot 3}{2} = 7,5 \text{ (đvdt)}$ Vậy diện tích của tứ giác ABDC là 7,5 đvdt.</p>	0.5													
Bài 2 (2,0đ)	1a)	<p>$x^4 + 2017x^2 - 2018 = 0$ (1)</p> <p><u>Cách 1:</u> đặt ẩn phụ để đưa về phương trình bậc hai: Đặt $y = x^2$ ($y \geq 0$), phương trình (1) trở thành: $y^2 + 2017y - 2018 = 0$ (2)</p> <p>Vì $a + b + c = 1 + 2017 - 2018 = 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm: $y_1 = 1$ (nhận); $y_2 = -2018$ (loại) Với $y = 1$ thì $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = \pm 1$.</p>	0.5												

	<p><u>Cách 2:</u> đưa về phương trình tích:</p> $x^4 + 2017x^2 - 2018 = 0$ $\Leftrightarrow x^4 - x^2 + 2018x^2 - 2018 = 0$ $\Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) + 2018(x^2 - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 2018) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \text{ (do } x^2 + 2018 > 0)$ $\Leftrightarrow x^2 = 1$ $\Leftrightarrow x = \pm 1$	
1b)	$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = -2 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2 + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ phương trình là (1; -3).</p>	0.5
2a)	<p><u>Cách 1:</u> Vì phương trình $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ có nghiệm $x = -1$ nên ta có: $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + m + 3 = 0 \Leftrightarrow m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = -6$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow -1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow x_2 = 3$ Vậy $m = 6$ và nghiệm còn lại là $x = 3$.</p> <p><u>Cách 2:</u> Vì phương trình có nghiệm $x = -1$ nên áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2 + m + 3 = 0 \\ -1 + x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ x_2 = 3 \end{cases}$</p>	0.5
2b)	$\Delta' = -m - 2$ <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < -2$</p> <p>Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m + 3 \end{cases}$</p> <p>Do đó: $x_1^3 + x_2^3 = 8$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 8$ $\Leftrightarrow 2^3 - 3 \cdot (m + 3) \cdot 2 = 8$ $\Leftrightarrow 6(m + 3) = 0$ $\Leftrightarrow m + 3 = 0$ $\Leftrightarrow m = -3 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy $m = -3$ là giá trị cần tìm.</p>	0.5
Bài 3 (2,0đ)	<p>Gọi số dãy ghế lúc đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$; $250 : x$).</p> $\Rightarrow \text{Số chỗ ngồi ở mỗi dãy lúc đầu là } \frac{250}{x}.$ <p>Nếu kê thêm 3 dãy thì số dãy ghế là $x + 3$.</p> <p>Khi đó có 308 người nên số chỗ ngồi ở mỗi dãy là $\frac{308}{x + 3}.$</p>	2.0

	<p>Vì mỗi dây ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nên ta có phương trình:</p> $\frac{308}{x+3} - \frac{250}{x} = 1$ <p>Giải phương trình được: $x_1 = 30$ (không thỏa mãn điều kiện) $x_2 = 25$ (thỏa mãn điều kiện)</p> <p>Vậy lúc đầu có 25 dây ghế và số chỗ ngồi ở mỗi dây là $250 : 25 = 10$.</p>	
<p>Bài 4 (3,5đ)</p>		0.25
	<p>Tứ giác BMHE có:</p> <p>$\angle BEH = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>1) $\angle BMH = 90^\circ$ ($d \perp AB$)</p> <p>$\Rightarrow \angle BEH + \angle BMH = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow$ Tứ giác BMHE nội tiếp.</p>	0.5
	<p>Ta có $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>$\Rightarrow AE \perp CB; BD \perp CA$</p> <p>2) $\Rightarrow AE, BD, CM$ là 3 đường cao của $\triangle CAB$ nên chúng đồng quy</p> <p>Mà AE cắt CM tại H</p> <p>$\Rightarrow H \in BD$, hay 3 điểm B, H, D thẳng hàng.</p>	0.5
	<p>Vì $\triangle AMC$ vuông tại M nên $\angle CAB + \angle C_1 = 90^\circ$</p> <p>Vì $\triangle ADB$ vuông tại D nên $\angle CAB + \angle B_1 = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \angle C_1 = \angle B_1$</p> <p>Mặt khác, $\angle N_1 = \angle B_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD của (O))</p> <p>$\Rightarrow \angle N_1 = \angle C_1$</p> <p>$\triangle AND$ và $\triangle ACN$ có:</p> <p>3) $\angle CAN$ chung ; $\angle N_1 = \angle C_1$</p> <p>$\Rightarrow \triangle AND \sim \triangle ACN$ (g.g)</p> <p>$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AD}{AN} \Rightarrow AN^2 = AD \cdot AC$</p> <p>$\Rightarrow BN^2 + AD \cdot AC = BN^2 + AN^2$</p> <p>Vì $\angle ANB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên áp dụng định lí Py-ta-go vào $\triangle ANB$ vuông tại N, ta có:</p>	0.75

		$BN^2 + AN^2 = AB^2 = 4R^2$ Do đó $BN^2 + AD.AC = 4R^2$.	
	4)	Theo giả thiết thì tứ giác ACHK nội tiếp $\Rightarrow K_1 = C_1 (= 180^\circ - AKH)$ $\Rightarrow K_1 = B_1$ (do $B_1 = C_1$) $\Rightarrow \Delta HKB$ cân tại H $\Rightarrow HM$ là đường cao thì cũng là đường trung tuyến của ΔHKB $\Rightarrow BK = 2BM$ không đổi (vì M và B cố định) Vậy độ dài BK không đổi khi E di động trên cung NB. Nhận xét: Việc chứng minh độ dài BK không đổi là khá đơn giản. Nếu ản điểm K thì có thể yêu cầu chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔAHC đi qua hai điểm cố định hoặc tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔAHC di động trên một đường thẳng cố định (đường trung trực của AK), khi đó mức độ tư duy sẽ cao hơn.	1.0
Bài 5 (0,5đ)		$x = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}} > 0$ (do $a > 1$) $\Rightarrow x^2 = a + \sqrt{a^2 - 1} + a - \sqrt{a^2 - 1} + 2\sqrt{(a + \sqrt{a^2 - 1})(a - \sqrt{a^2 - 1})}$ $= 2a + 2\sqrt{a^2 - a^2 + 1}$ $= 2a + 2$ $\Rightarrow x^3 = 2(a + 1)x$ Do đó: $P = x^3 - 2x^2 - 2(a + 1)x + 4a + 2021$ $= x^3 - 2(2a + 2) - x^3 + 4a + 2021$ $= -4a - 4 + 4a + 2021$ $= 2017$	0.5

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn
 Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương

Câu 1. (2,5 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức:

$$A = 10 - \sqrt{9}; \quad B = \sqrt{4x} + \sqrt{x} - \sqrt{9x} \text{ với } x \geq 0.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

3. Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax + 6$ đi qua điểm $M(1; 2)$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình với $m = 5$.

2. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1.$$

Câu 3. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $300m^2$. Nếu giảm chiều dài đi $2m$ và tăng chiều rộng thêm $3m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB và điểm C nằm trên đường tròn (C không trùng với A và B). Lấy điểm D thuộc đoạn AC (D không trùng với A và C). Tia BD cắt cung nhỏ AC tại điểm M , tia BC cắt tia AM tại điểm N .

1. Chứng minh $MNCD$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $AM \cdot BD = AD \cdot BC$.

3. Gọi I là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM và tam giác BDC . Chứng minh ba điểm N, D, I thẳng hàng.

Câu 5. (0,5 điểm)

Tính giá trị của biểu thức $M = a^2 + b^2$ biết a và b thỏa mãn:

$$\begin{cases} \frac{3a^2}{b^2} + \frac{1}{b^3} = 1 \\ \frac{3b^2}{a^2} + \frac{2}{a^3} = 1 \end{cases}.$$

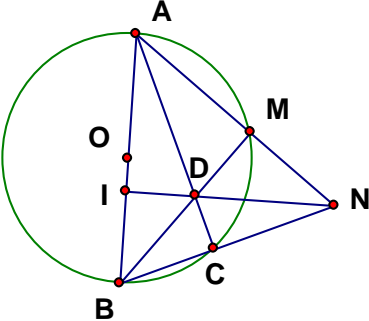
..... Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ ký của cán bộ coi thi 1:.....Chữ ký của cán bộ coi thi 2:.....

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
Câu 1 (2,5 điểm)	1. $A=7$. Ghi chú: Nếu học sinh chỉ ghi kết quả vẫn cho điểm tối đa.	0,5
	$B = 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 3\sqrt{x} = 0$.	0,5
	2. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$. Ghi chú: Nếu học sinh chỉ ghi kết quả vẫn cho điểm tối đa.	0,75
	3. Vì đồ thị hàm số $y = ax + 6$ đi qua điểm $M(1;2)$ nên $2 = a.1 + 6 \Leftrightarrow a = -4$	0,75
Câu 2 (2,0 điểm)	1. Với $m = 5$ phương trình là $x^2 - 11x + 24 = 0$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = 8; x_2 = 3$. Ghi chú: Sau khi thay m được phương trình bậc hai, nếu học sinh chỉ ghi kết quả vẫn cho điểm tối đa.	0,5
	2. Xét phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ có $\Delta = 4m + 5$. Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{4}$ (*)	0,25
	Với $m \geq -\frac{5}{4}$ thì phương trình đã cho luôn có hai nghiệm, theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$	0,25
	Vì x_1 là một nghiệm của phương trình đã cho nên ta có: $x_1^2 - (2m+1)x_1 + m^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 2mx_1 + m^2 = x_1 + 1$.	0,25
	Do đó $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1$ $\Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1 \Leftrightarrow x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = 1$ $\Leftrightarrow m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện (*), ta được $m = 0$	
Câu 3 (2,0 điểm)	Gọi chiều dài của mảnh vườn là x (m); ĐK $x > 2$.	0,25
	Chiều rộng của mảnh vườn là: $\frac{300}{x}$ (m).	0,25
	Nếu giảm chiều dài đi $2m$ và tăng chiều rộng thêm $3m$ thì mảnh vườn mới có kích thước là: $x - 2$ (m) và $\frac{300}{x} + 3$ (m).	0,5
	Vì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình: $\frac{300}{x} + 3 = x - 2$	0,25
	$\Rightarrow 300 + 3x = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 5x - 300 = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (thoả mãn)} \\ x = -15 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
	Vậy mảnh vườn có chiều dài là 20m, chiều rộng là $300:20 = 15\text{(m)}$. Ghi chú: Nếu học sinh ghi chiều dài mới và chiều rộng mới không trừ điểm .	0,25
Câu 4 (3,0 điểm)		0,25
	1. Vì: $AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow NMD = 90^\circ$, $ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow NCD = 90^\circ$,	0,5
	Tứ giác $MNCD$ có $NMD = NCD = 90^\circ$, nên $MNCD$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	2. Xét hai tam giác AMD và BCD có: $AMD = BCD = 90^\circ$, $ADM = BDC$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta AMD \sim \Delta BCD$ (gg)	0,5
	$\Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow AM \cdot BD = AD \cdot BC$.	0,5
	3. Xét đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM , vì $AMD = 90^\circ$ (chứng minh trên) nên AD là đường kính $\Rightarrow AID = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Tương tự, ta có $BID = 90^\circ$.	0,5
	$\Rightarrow AID + BID = 180^\circ$, hay A, I, D thẳng hàng và $DI \perp AB$ (1). Mặt khác, xét tam giác ABN , có $BM \perp AN$, $AC \perp BN$ mà D là giao điểm của BM và AC $\Rightarrow D$ là trực tâm tam giác ABN $\Rightarrow DN \perp AB$ (2). Từ (1) và (2), ta có: N, D, I thẳng hàng.	0,5
Câu 5 (0,5 điểm)	ĐK: $a \neq 0; b \neq 0$ * $\frac{3a^2}{b^2} + \frac{1}{b^3} = 1 \Rightarrow b^3 - 3a^2b = 1 \Rightarrow b^6 - 6a^2b^4 + 9a^4b^2 = 1$ (1) * $\frac{3b^2}{a^2} + \frac{2}{a^3} = 1 \Rightarrow a^3 - 3ab^2 = 2 \Rightarrow a^6 - 6a^4b^2 + 9a^2b^4 = 4$ (2)	0,25
	Cộng vế với vế của (1) và (2), ta được $a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6 = 5$ hay $(a^2 + b^2)^3 = 5$. Vậy $M = \sqrt[3]{5}$.	0,25

Những chú ý khi chấm thi:

- Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới cho điểm tối đa.
- Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết.
- Có thể chia nhỏ điểm thành phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong cả tổ chấm. Điểm thống nhất toàn bài là tổng số điểm toàn bài đã chấm, **không làm tròn**.

..... Hết

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH.

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2017 - 2018

Ngày thi: 02 tháng 06 năm 2017

Môn thi: TOÁN (*Không chuyên*)

Thời gian: 120 phút (*Không kể thời gian giao đề*)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi)

Câu 1: (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $T = \sqrt{36} + \sqrt{9} - \sqrt{49}$

Câu 2: (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 - 5x - 14 = 0$

Câu 3: (1,0 điểm) Tìm m để đường thẳng (d): $y = (2m - 1)x + 3$ song song với đường thẳng (d'): $y = 5x + 6$

Câu 4: (1,0 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$

Câu 5: (1,0 điểm) Tìm a và b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \\ ax + by = -5 \end{cases}$ có một nghiệm là (2; -3)

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc cạnh BC) biết $AB = a$, $BC = 2a$. Tính theo a độ dài AC và AH.

Câu 7: (1,0 điểm) Tìm m để phương trình $x^2 + x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 thỏa $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 17$.

Câu 8: (1,0 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6m và độ dài đường chéo bằng $\frac{\sqrt{65}}{4}$ lần chiều rộng. Tính diện tích của mảnh đất hình chữ nhật đã cho.

Câu 9: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $\angle BAC$ tù. Trên BC lấy hai điểm D và E, trên AB lấy điểm F, trên AC lấy điểm K sao cho $BD = BA$, $CE = CA$, $BE = BF$, $CK = CD$. Chứng minh bốn điểm D, E, F và K cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 10: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn đường kính BC, có đường cao AH (H thuộc cạnh BC), đường phân giác của góc A trong tam giác ABC cắt đường tròn đó tại K (K khác A), Biết $\frac{AH}{HK} = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính $\angle ACB$

-----Hết-----

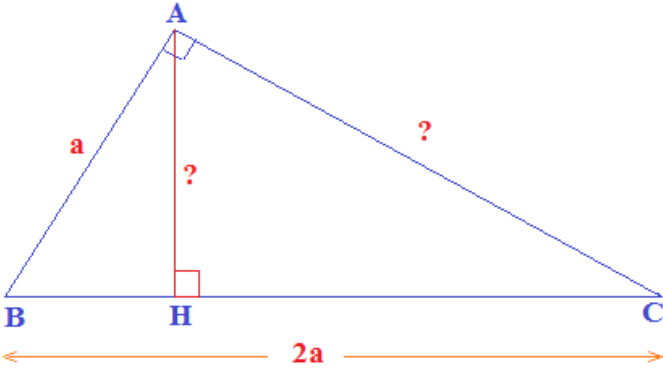
Giám thị không giải thích gì thêm

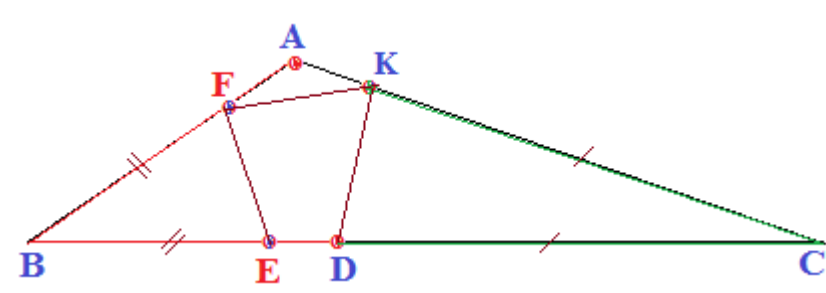
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2:

GỢI Ý ĐÁP ÁN

Câu 1	Tính $T = \sqrt{36} + \sqrt{9} - \sqrt{49}$	1 điểm												
	Ta có: $T = \sqrt{6^2} + \sqrt{3^2} - \sqrt{7^2}$													
	$T = 6 + 3 - 7$													
	$T = 2$													
	Vậy $T = 2$													
Câu 2	Giải phương trình $x^2 - 5x - 14 = 0$	1 điểm												
	Ta có: $a = 1, b = -5, c = -14$													
	Biệt thức: $\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 56 = 81 > 0$													
	$\sqrt{\Delta} = 9$													
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 7, x_2 = -2$													
Câu 3	Tìm m để đường thẳng $(d): y = (2m-1)x + 3$ song song với đường thẳng $(d'): y = 5x + 6$	1 điểm												
	Điều kiện: $2m - 1 \neq 0$													
	Vì $(d) \parallel (d')$ nên hệ số $a = a'$													
	Suy ra: $2m - 1 = 5 \Leftrightarrow 2m = 6 \Leftrightarrow m = 3$													
Câu 4	Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$	1 điểm												
	Bảng sau cho một số giá trị x và y													
	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">x</th> <th style="padding: 5px;">-2</th> <th style="padding: 5px;">-1</th> <th style="padding: 5px;">0</th> <th style="padding: 5px;">1</th> <th style="padding: 5px;">2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = \frac{3}{2}x^2$</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">6</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	-1	0	1	2	$y = \frac{3}{2}x^2$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6	
x	-2	-1	0	1	2									
$y = \frac{3}{2}x^2$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6									
	Vẽ													
Câu 5	Tìm a và b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \\ ax + by = -5 \end{cases}$ có một nghiệm là $(2; -3)$	1 điểm												

	Thay $x = 2$ và $y = -3$ vào hệ ta được $\begin{cases} 2a - 3 = 1 \\ 2a - 3b = -5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a = 4 \\ 2a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 4 - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ Vậy $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ thì hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \\ ax + by = -5 \end{cases}$ có một nghiệm là $(2; -3)$	
Câu 6	Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc cạnh BC) biết $AB = a$, $BC = 2a$. Tính theo a độ dài AC và AH.	1 điểm
		
	C/minh: Xét tam giác ABC vuông tại A Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Định lý Pitago) $4a^2 = a^2 + AC^2$ $AC^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$ Vậy: $AC = \sqrt{3} a$ (đvdd) Tam giác ABC vuông tại A, có $AH \perp BC$ tại H Có: $BC \cdot AH = AB \cdot AC$ (hệ thức lượng trong ...) $2a \cdot AH = a \cdot \sqrt{3} a$ $AH = \frac{\sqrt{3}a^2}{2a} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ Vậy: $AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ (đvdd)	
Câu 7	Tìm m để phương trình $x^2 + x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 17$.	1 điểm
	Để phương trình $x^2 + x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Thì $\Delta > 0$ Hay: $b^2 - 4ac > 0$ $\Rightarrow 1 - 4(-m + 2) > 0$ $\Leftrightarrow 1 + 4m - 8 > 0$ $\Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$ (Đk)	
	Theo hệ thức Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -m + 2 \end{cases}$	

	<p>Do: $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 17$</p> <p>Nên: $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) + x_1^2 x_2^2$</p> $17 = -1 - 3(-m+2)(-1) + (-m+2)^2$ <p>.....</p> <p>Giải phương trình trên ta được $m_1 = \frac{5+\sqrt{57}}{2}$ (Nhận)</p> $m_2 = \frac{5-\sqrt{57}}{2}$ (Loại) <p>Vậy $m = \frac{5+\sqrt{57}}{2}$ thì hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa</p> $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 17$	
Câu 8	<p>Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6m và độ dài đường chéo bằng $\frac{\sqrt{65}}{4}$ lần chiều rộng. Tính diện tích của mảnh đất hình chữ nhật đã cho.</p>	1 điểm
	<p>Gọi x (m) là chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật Đk: $x > 0$</p> <p>$x + 6$ (m) là chiều dài mảnh đất hình chữ nhật</p> <p>Biết</p>	
Câu 9	<p>Cho tam giác ABC có $\angle BAC$ tù. Trên BC lấy hai điểm D và E, trên AB lấy điểm F, trên AC lấy điểm K sao cho $BD = BA$, $CE = CA$, $BE = BF$, $CK = CD$. Chứng minh bốn điểm D, E, F và K cùng nằm trên một đường tròn.</p>	1 điểm
		
	<p>C/minh: (gợi ý): Ta có $BE = BF$ suy ra tam giác cân tại B Tương tự: $BD = BA$ suy ra tam giác cân tại B Suy ra: $\angle E_1 = \angle F_1 = \angle D_1 = \angle A_1$ từ đó suy ra tứ giác ADEF nội tiếp</p> <p>Tương tự: Tứ giác AEDK nội tiếp Nên: năm điểm A, F, E, D, K cùng thuộc một đường tròn Vậy bốn điểm D, E, F, K thuộc đường tròn. Tâm là giao hai đường trung trực của cạnh tứ giác.</p>	

<p>Câu 10</p>	<p>Cho tam giác ABC ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn đường kính BC, có đường cao AH (H thuộc cạnh BC), đường phân giác của góc A trong tam giác ABC cắt đường tròn đó tại K (K khác A), Biết $\frac{AH}{HK} = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính $\angle ACB$</p>	<p>1 điểm</p>
<p>C/minh: (gợi ý)</p> <p>Ta có AK là tia phân giác $\angle BAC$ nên: $\angle BAK = \angle CAK$ \Rightarrow K là điểm chính giữa BC Nên $OK \perp BC$ Suy ra: Tam giác OKH vuông tại O $\Rightarrow HK^2 = OK^2 + OH^2$ (Pytago) hay $HK^2 = R^2 + OH^2$ (1) mặt khác tam giác AHO vuông tại H $\Rightarrow AH^2 = AO^2 - OH^2$ (Pytago) hay $AH^2 = R^2 - OH^2$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{AH^2}{HK^2} = \frac{R^2 - OH^2}{R^2 + OH^2}$</p> <p>Do đó: $\frac{\sqrt{15}^2}{5^2} = \frac{R^2 - OH^2}{R^2 + OH^2} = \frac{3}{5}$ $\Rightarrow 5R^2 - 5OH^2 = 3R^2 + 3OH^2$ $2R^2 = 8OH^2$ Suy ra: $R = 2OH$ Do đó H là trung điểm của BO Nên tam giác ABO là tam giác đều (Do cân tại A và O) Vậy $B = 60^\circ$ và $C = 30^\circ$</p>		

**SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH**

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tìm m để hàm số $y = (3m - 2)x + 2017$ đồng biến trên tập \mathbb{R} .

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y) + (x+2y) = -2 \\ 3(x+y) + (x-2y) = 1 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x sao cho $P = -\frac{1}{2}$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = -1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), khi đó tìm m để $|x_1| - |x_2| = 2$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E.

a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$.

c) Chứng minh $DM \cdot DN = DB \cdot DC$.

d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh $OE \perp DE$.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: $MA \cdot MB \cdot MC \geq 8MP \cdot MQ \cdot MK$

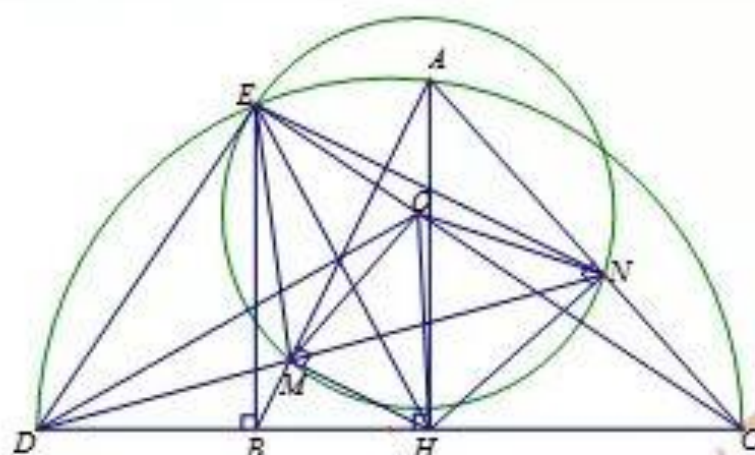
--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN THAM KHẢO
(THẦY ĐẠI GIỚI THIỆU)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	a) Tìm m để hàm số $y = (3m - 2)x + 2017$ đồng biến trên tập \mathbb{R} .	2,0
	b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x+y) + (x+2y) = -2 \\ 3(x+y) + (x-2y) = 1 \end{cases}$	
	a) Hàm số đã cho đã cho đồng biến trên tập $\mathbb{R} \Leftrightarrow 3m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{2}{3}$	0,75
	Vậy với $m > \frac{2}{3}$ thì hàm số đã cho đồng biến trên tập \mathbb{R} .	0,25
	b) Ta có: $\begin{cases} (x+y) + (x+2y) = -2 \\ 3(x+y) + (x-2y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+x+2y = -2 \\ 3x+3y+x-2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y = -2 \\ 4x+y = 1 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y = -4 \\ 4x+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -5 \\ 4x+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 4x-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,5	
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (\frac{1}{2}; -1)$	0,25	
2	Cho biểu thức: $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).	2,0
	a) Rút gọn biểu thức P.	
	b) Tìm x sao cho $P = -\frac{1}{2}$.	
	a) Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có:	0,25
	$P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4 - (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4-x+1-x-6\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P = \frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$	0,25
Vậy với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $P = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$.	0,25	
b) Với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $P = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sqrt{x}-4) = -(\sqrt{x}-1)$	0,25	
$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-8 = -\sqrt{x}+1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn $x \geq 0, x \neq 1$)	0,25	

	Vậy với $x = 9$ thì $P = -\frac{1}{2}$.	0,25
3	Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (1) a) Giải phương trình với $m = -1$. b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), khi đó tìm m để $ x_2 - x_1 = 2$.	2,0
	a) Với $m = -1$ thì phương trình (1) trở thành: $x^2 + 2x - 3 = 0$	0,25
	Có $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -3$	0,5
	Vậy với $m = -1$ thì (1) có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = -3$.	0,25
	b) Xét (1) có: $a.c = -m^2 + m - 1 = -(m - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} < 0 \forall m$ (vì $-(m - \frac{1}{2})^2 \leq 0 \forall m$, $-\frac{3}{4} < 0$)	0,25
	Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu ($x_1 < 0 < x_2$).	0,25
	Áp dụng định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m^2 + m - 1 \end{cases}$	
	Ta có: $ x_2 - x_1 = 2 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = 2$ (vì $x_1 < 0 < x_2$) $\Leftrightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$	0,25
	Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.	0,25
5	Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H . Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC . Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D . Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD . Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E . a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp. b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$. c) Chứng minh $DM.DN = DB.DC$. d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE . Chứng minh $OE \perp DE$.	3,5



a) Vì M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC $\Rightarrow HM \perp AB$ tại M, $HN \perp AC$ tại N $\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$	0,25 0,25
Xét tứ giác AMHN có: $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Do đó tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp	0,25 0,25
b) Ta có: $EB \perp CD$ (gt), $AH \perp DC$ (vì $AH \perp BC$ (gt)) $\Rightarrow EB \parallel AH$ $\Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{MAH}$ (hai góc so le trong) (1) Tứ giác AMNH là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{MNH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MH) (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{EBM} = \widehat{MNH}$ hay $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$ (đpcm).	0,25 0,25 0,25 0,25
c) Tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AHN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN) Mà $\widehat{DMB} = \widehat{AMN}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{DMB} = \widehat{AHN}$ (3) ΔAHC vuông tại H có $HN \perp AC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHN} = \widehat{ACH}$ (cùng phụ với \widehat{NHC}) Hay $\widehat{AHN} = \widehat{DCN}$ (4) Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{DMB} = \widehat{DCN}$ Xét ΔDMB và ΔDCN có: \widehat{NDC} chung; $\widehat{DMB} = \widehat{DCN}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta DMB \sim \Delta DCN$ (g-g) $\Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{DB}{DN}$ Vậy $DM \cdot DN = DB \cdot DC$ (đpcm).	0,25 0,25 0,25 0,25
d) ΔEDC nội tiếp đường tròn đường kính CD $\Rightarrow \Delta EDC$ vuông tại E. ΔEDC vuông tại E có $EB \perp CD$ (gt) nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $\Rightarrow DE^2 = DB \cdot DC$ Mà $DM \cdot DN = DB \cdot DC$ (cmt) $\Rightarrow DE^2 = DM \cdot DN \Rightarrow \frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}$	0,25

	<p>Xét $\triangle DEM$ và $\triangle DNE$ có: \widehat{EDN} chung; $\frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle DEM \sim \triangle DNE$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{DEM} = \widehat{DNE}$</p> <p>Xét đường tròn (O) có: $\widehat{DEM} = \widehat{DNE}$ và tia EM nằm giữa hai tia ED và EN Do đó DE là tiếp tuyến của đường tròn (O). Vậy $DE \perp OE$ (đpcm).</p>	0,25
5	<p>Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: $MA \cdot MB \cdot MC \geq 8MP \cdot MQ \cdot MK$</p>	0,5
	<div style="text-align: center;"> </div> <p>Kẻ $MH \perp BC$, $AK \perp BC \Rightarrow MH \parallel AK \Rightarrow \frac{MH}{AK} = \frac{MP}{AP}$ (hệ quả định lý Talet)</p> <p>Lại có: $\frac{MH}{AK} = \frac{\frac{1}{2}MH \cdot BC}{\frac{1}{2}AK \cdot BC} = \frac{S_{MBC}}{S}$ (với $S = S_{ABC}$) $\Rightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{S_{MBC}}{S}$.</p> <p>Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{MQ}{BQ} = \frac{S_{MAC}}{S}$; $\frac{MK}{CK} = \frac{S_{MAB}}{S}$</p> <p>Suy ra: $\frac{MP}{AP} + \frac{MQ}{BQ} + \frac{MK}{CK} = \frac{S_{MBC}}{S} + \frac{S_{MAC}}{S} + \frac{S_{MAB}}{S} = 1$.</p> <p>Đặt $x = \frac{MP}{AP}$, $y = \frac{MQ}{BQ}$, $z = \frac{MK}{CK}$ thì $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$.</p> <p>Bất đẳng thức đã cho tương đương với:</p> $\frac{MA}{MP} \cdot \frac{MB}{MQ} \cdot \frac{MC}{MK} \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{AP}{MP} - 1\right) \left(\frac{BQ}{MQ} - 1\right) \left(\frac{CK}{MK} - 1\right) \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} - 1\right) \left(\frac{1}{y} - 1\right) \left(\frac{1}{z} - 1\right) \geq 8$ $\Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \frac{x+y+z}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8$ $\Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \frac{1}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 9 \Leftrightarrow (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9$ <p>(vì $x + y + z = 1$)</p>	0,25

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + 1 + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + 1 \geq 9 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} - 2\right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z} - 2\right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2}{xy} + \frac{(y-z)^2}{yz} + \frac{(z-x)^2}{zx} \geq 0$$

Bất đẳng thức cuối cùng hiển nhiên đúng.

vì $x, y, z > 0$ và $(x-y)^2 \geq 0, (y-z)^2 \geq 0, (z-x)^2 \geq 0 \forall x, y, z \geq 0$.

$$\text{Đều bằng xảy ra} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{MQ}{BQ} = \frac{MK}{CK} = \frac{1}{3}$$

$\Leftrightarrow M$ là trọng tâm của ΔABC .

Vậy $MA \cdot MB \cdot MC \geq MP \cdot MQ \cdot MK$.

0,25

Sống trong đời cần có một tấm lòng,

Để làm gì em biết không?

Để gió cuốn đi, để gió cuốn đi...

"Trịnh Công Sơn"

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I: (2,0 điểm)

1. Cho phương trình: $nx^2 + x - 2 = 0$ (1), với n là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $n=0$.

b) Giải phương trình (1) khi $n = 1$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

Câu II: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{4\sqrt{y}}{2 + \sqrt{y}} + \frac{8y}{4 - y} \right) : \left(\frac{\sqrt{y} - 1}{y - 2\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{y}} \right)$, với $y > 0, y \neq 4, y \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức A .

2. Tìm y để $A = -2$.

Câu III: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2x - n + 3$ và parabol (P):

$$y = x^2.$$

1. Tìm n để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$.

2. Tìm n để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = 16$.

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $MN = 2R$. Gọi (d) là tiếp tuyến của (O) tại N.

Trên cung MN lấy điểm E tùy ý (E không trùng với M và N), tia ME cắt (d) tại điểm F.

Gọi P là trung điểm của ME, tia PO cắt (d) tại điểm Q.

1. Chứng minh ONFP là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh: $OF \perp MQ$ và $PM \cdot PF = PO \cdot PQ$.

3. Xác định vị trí điểm E trên cung MN để tổng $MF + 2ME$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu V: (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thay đổi thỏa mãn: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 2017$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2a+3b+3c} + \frac{1}{3a+2b+3c} + \frac{1}{3a+3b+2c}$.

Hết

HƯỚNG DẪN

Câu I: (2,0 điểm)

1.

a) Thay $n = 0$ Cho phương trình: $nx^2 + x - 2 = 0$ ta có: $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy với $n = 0$ thì phương trình có nghiệm $x = 2$

b) Thay $n = 1$ Cho phương trình: $x^2 + x - 2 = 0$ phương trình bậc hai ẩn x có dạng $a + b + c = 0$ nên phương trình có 1 nghiệm $x_1 = 1$ áp dụng hệ thức viét ta có $x_2 = -2$;

Vậy với $n = 1$ thì phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = -2$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 16 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Câu II: (2,0 điểm), với $y > 0, y \neq 4, y \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{4\sqrt{y}}{2 + \sqrt{y}} + \frac{8y}{4 - y} \right) : \left(\frac{\sqrt{y} - 1}{y - 2\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{y}} \right)$

$$A = \frac{4\sqrt{y} \cdot (2 - \sqrt{y}) + 8y}{(2 + \sqrt{y})(2 - \sqrt{y})} : \frac{\sqrt{y} - 1 - 2(\sqrt{y} - 2)}{\sqrt{y} \cdot (\sqrt{y} - 2)} = \frac{8\sqrt{y} - 4y + 8y}{(2 + \sqrt{y})(2 - \sqrt{y})} : \frac{\sqrt{y} - 1 - 2\sqrt{y} + 4}{\sqrt{y} \cdot (\sqrt{y} - 2)}$$

$$A = \frac{8\sqrt{y} + 4y}{(2 + \sqrt{y})(2 - \sqrt{y})} : \frac{-\sqrt{y} + 3}{\sqrt{y} \cdot (\sqrt{y} - 2)} = \frac{4\sqrt{y}(2 + \sqrt{y})}{(2 + \sqrt{y})(2 - \sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{y} \cdot (\sqrt{y} - 2)}{3 - \sqrt{y}} = \frac{-4y}{3 - \sqrt{y}}$$

2. Thay $A = -2$ vào ta có $\frac{-4y}{3 - \sqrt{y}} = -2 \Leftrightarrow 4y = -6 + 2\sqrt{y} \Leftrightarrow 4y + 2\sqrt{y} - 6 = 0$

Đặt $t = \sqrt{y} \geq 0$ nên $t^2 = y \Leftrightarrow 4t^2 + 2t - 6 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + t - 3 = 0$

có dạng $a + b + c = 0$ nên phương trình có 1 nghiệm $t_1 = 1$ (Thỏa mãn) áp dụng hệ thức

viét ta có $t_2 = -\frac{3}{2} < 0$ loại. Với $t = 1$ nên $y = 1$

Câu III: (2,0 điểm).

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2x - n + 3$ đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$. thay $x = 2$ và $y = 0$ vào ta có $0 = 4 - n + 3 \Rightarrow n = 7$

Vậy với $n = 7$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$.

2) phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = 2x - n + 3$

Hay $x^2 - 2x + n - 3 = 0$; $\Delta' = 1 - n + 3 = 4 - n$. Để phương trình có 2 nghiệm (hay đường thẳng và parabol cắt nhau tại hai điểm) khi $\Delta' > 0$; $4 - n > 0 \Rightarrow n < 4$

theo hệ thức viét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = n - 3 \end{cases} \text{ mà } x_1^2 - 2x_2 + x_1 x_2 = 16$$

$$x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - x_1 x_2 - 2x_2 - x_2^2 = 16$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_2(x_1 + 2 + x_2) = 16 \Rightarrow 4 - x_2(2 + 2) = 16 \Rightarrow 4 \cdot x_2 = -12 \Rightarrow x_2 = -3 \Rightarrow x_1 = 5$$

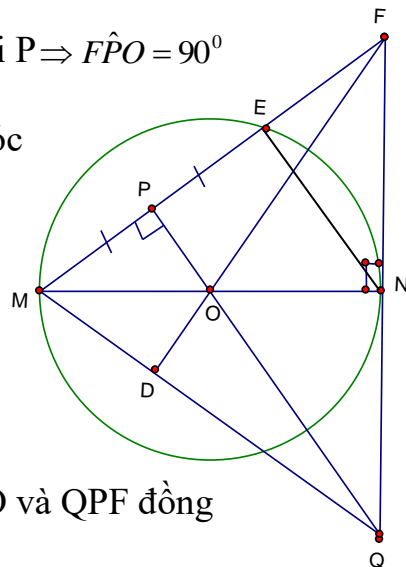
mặt khác $x_1 x_2 = n - 3$ Thay vào ta có $-15 = n - 3 \Rightarrow n = -12 < 4$ Thỏa mãn

Vậy với $n = -12$ Thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 - 2x_2 + x_1 x_2 = 16$.

Câu IV: (3,0 điểm)

1) Chứng minh ONFP là tứ giác nội tiếp

Vì P là trung điểm của ME nên $OP \perp ME$ hay $QP \perp MF$ tại P $\Rightarrow \widehat{FPO} = 90^\circ$
 mặt khác d là tiếp tuyến của (O) tại N nên $MN \perp FQ$ tại N
 $\Rightarrow \widehat{FNO} = 90^\circ$ Nên $\widehat{FPO} + \widehat{FNO} = 90^\circ$ vì \widehat{FPO} và \widehat{FNO} là hai góc
 đối của tứ giác ONFP nên tứ giác ONFP nội tiếp



2) Xét ΔMFQ ta có $QP \perp MF \Rightarrow QP$ là đường cao
 $MN \perp FQ \Rightarrow MN$ là đường cao vì MN cắt QP tại O nên O
 là trực tâm của $\Delta MFQ \Rightarrow OF$ chứa đường cao ΔMFQ suy
 ra $OF \perp MQ$

Xét 2 tam giác vuông MPO và QPF có $\widehat{MPO} = \widehat{QPF} = 90^\circ$

$\widehat{PMO} = \widehat{PQF}$ (Cùng phụ với \widehat{PFN}) \Rightarrow 2 tam giác vuông MPO và QPF đồng
 dạng $\Rightarrow \frac{PO}{PF} = \frac{MP}{PQ} \Rightarrow PO.PQ = MP.PF$

3. Xác định vị trí điểm E trên cung MN để tổng $MF + 2ME$ đạt giá trị nhỏ nhất

Xét 2 tam giác vuông MPO và QNF có $\widehat{MPO} = \widehat{MNF} = 90^\circ$; \hat{M} chung

Nên 2 tam giác vuông MPO và MNF đồng dạng (g-g) $\Rightarrow \frac{MP}{MN} = \frac{MO}{MF}$

$\Rightarrow MP.MF = MO.MN \Rightarrow 4MP.MF = 4.MO.MN \Rightarrow (4MP).MF = 4.MO.MN$

$\Rightarrow 2ME.MF = 4.MO.MN = 4.R.2R = 8R^2$

Như vậy tích $2ME$ và MF không đổi là $8R^2$

mà $(MF+2ME)^2 \geq 4MF.2ME$ (với $a.b > 0$ ta luôn có $(a+b)^2 \geq 4a.b$)

nên $(MF+2ME)^2 \geq 4MF.2ME = 4(MF.2ME) = 4.8R^2 = 32.R^2$

$\Rightarrow MF+2ME \geq \sqrt{32R^2} = 4R\sqrt{2}$

Dấu “=” xảy ra khi $2ME = MF$ khi đó E là trung điểm của MF mà $NE \perp MF$ nên tam
 giác MNF vuông cân suy ra E là điểm chính giữa cung MN

Câu V: Nếu với mọi $x; y; z; t > 0$ ta có: $(x + y + z + t) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \geq 16$ từ đó ta có

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \geq \frac{16}{x+y+z+t} \Rightarrow \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \geq \frac{1}{x+y+z+t}$$

Thật vậy Ta xét

$$(x + y + z + t) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) = \frac{x}{x} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{x}{t} + \frac{y}{x} + \frac{y}{y} + \frac{y}{z} + \frac{y}{t} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + \frac{z}{z} + \frac{z}{t} +$$

$$+ \frac{t}{x} + \frac{t}{y} + \frac{t}{z} + \frac{t}{t} = 4 + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) + \left(\frac{x}{t} + \frac{t}{x} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{y}{t} + \frac{t}{y} \right) + \left(\frac{z}{t} + \frac{t}{z} \right)$$

mà tổng nghịch đảo của đôi một không bé hơn 2 (áp dụng co si) dấu = khi $x = y = z = t$

$$(x + y + z + t) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \geq 4 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$$

$$\Rightarrow (x + y + z + t) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \geq 16 \text{ vì } x; y; z; t > 0 \Rightarrow \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \geq \frac{1}{x+y+z+t}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = t$ áp dụng vào bài toán ta có:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2a+3b+3c} + \frac{1}{3a+2b+3c} + \frac{1}{3a+3b+2c} \\
&= \frac{1}{b+c+b+c+b+a+c+a} + \frac{1}{a+c+a+c+a+b+b+c} + \frac{1}{a+b+a+b+a+c+b+c} \\
&\leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+a} + \frac{1}{c+a} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \right) \\
&\quad + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) \\
&= \frac{1}{16} \left(\frac{4}{b+c} + \frac{4}{a+b} + \frac{4}{c+a} \right) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{c+a} \right) = \frac{2017}{4}.
\end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra

$$\Leftrightarrow a=b=c=\frac{3}{4034}.$$

$$\text{Vậy } \text{Max}P = \frac{2017}{4} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{3}{4034}$$

Ngày 10 tháng 7 năm 2017

Nguyễn Văn Thủy
Sầm Sơn Thanh Hóa

Hướng dẫn (Nguyễn Văn Bằng-Trường THCS Bắc Sơn)

Dùng bất đẳng thức Cauchy chứng minh: với các số dương x;y;z;t

$$(x+y+z+t)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}\right) \geq 16 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \leq \frac{16}{x+y+z+t}$$

Dấu “=” xảy ra khi x=y=z=t áp dụng vào bài toán ta có:

$$\frac{1}{2a+3b+3c} = \frac{1}{16} \cdot \frac{16}{(a+b)+(a+c)+(b+c)+(b+c)} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{2}{b+c} \right)$$

Từ đó tìm được Max P=504,25 dấu “=” xảy ra khi a=b=c= $\frac{3}{4034}$

Bài I. (3,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình và phương trình sau:

$$a/ \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad b/ 16x^4 - 8x^2 + 1 = 0$$

2. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{4} + \frac{1}{\sqrt{5}-1}$

3. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (có ẩn số x).

a/ Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

b/ Cho biểu thức $B = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)}$. Tìm giá trị của m để $B = 1$.

Bài II. (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 1$.

1/ Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

2/ Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Bài III. (1,5 điểm)

Hai thành phố A và B cách nhau 150km. Một xe máy khởi hành từ A đến B, cùng lúc đó một ô tô cũng khởi hành từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10km/h. Ô tô đến A được 30 phút thì xe máy cũng đến B. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài IV. (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$. Gọi M là điểm chính giữa của cung AB, N là điểm bất kỳ thuộc cung MB (N khác M và B). Tia AM và AN cắt tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn tâm O lần lượt tại C và D.

1. Tính số đo $\angle ACB$.

2. Chứng minh tứ giác MNDC nội tiếp trong một đường tròn.

3. Chứng minh $AM.AC = AN.AD = 4R^2$.

Bài V. (1,0 điểm)

Cho hình nón có đường sinh bằng 26cm, diện tích xung quanh là $260\pi \text{ cm}^2$. Tính bán kính đáy và thể tích của hình nón.

HẾT

Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép.

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN (Nguyễn Thanh Sơn)
ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TIỀN GIANG
Năm học 2017 – 2018
MÔN THI: TOÁN

Bài I.

1/ HS tự giải: ĐS: $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 2/ HS tự giải: ĐS: $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$

2/ Rút gọn: $A = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{4} + \frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} + \frac{\sqrt{5}+1}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} + \frac{\sqrt{5}+1}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

3/ PT đã cho: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (có ẩn số x).

a/ $\Delta = (-m)^2 - 4.1(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$ với mọi m

vậy PT đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

b/ Theo Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m - 1 \end{cases}$

$$B = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(1 + x_1x_2)} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2}$$

$$= \frac{2(m-1) + 3}{m^2 + 2} = \frac{2m+1}{m^2+2}$$

$B = 1 \Leftrightarrow \frac{2m+1}{m^2+2} = 1 \Leftrightarrow 2m+1 = m^2+2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Bài II.

Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 1$.

1/ Vẽ đồ thị: (như hình vẽ bên)

Tọa độ giao điểm của (P) và (d)

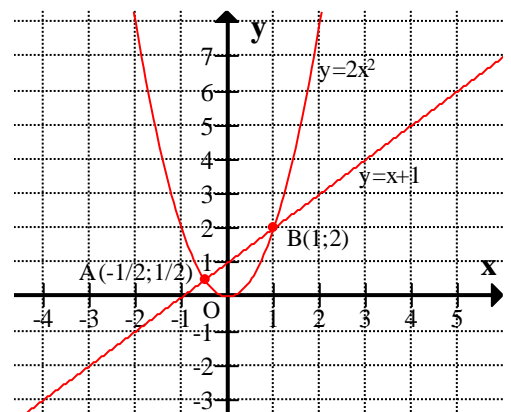
PT hoành độ giao điểm: $2x^2 - x - 1 = 0$ có hai nghiệm

$-\frac{1}{2}; 1$

suy ra tọa độ hai giao điểm là: $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và $B(1; 2)$

2/ Tính độ dài AB:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 + \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ (đ.v.đ.d)}$$



Bài III.

Gọi x(km/h) là vận tốc xe máy ($x > 0$) thì vận tốc ô tô là $x + 10$ (km/h)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{150}{x} - \frac{150}{x+10} = \frac{1}{2}$ (1)

(1) $\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow x = 50$ (nhận) hoặc $x = -60$ (loại)

Vậy: vận tốc xe máy là 50(km/h), vận tốc ô tô là 60(km/h)

Bài IV.

1. Tính số đo ACB.

Vì M là điểm chính giữa cung AB nên MA = MB;

AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn. Suy ra tam giác AMB vuông cân tại M. Từ đó: $\angle MAB = 45^\circ$

Tam giác ABC vuông tại B có $\angle CAB = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân tại B. Suy ra $\angle ACB = 45^\circ$

2. Chứng minh tứ giác MNDC nội tiếp trong một đường tròn.

Ta có: $\angle ANM = 45^\circ$ (góc nội tiếp chắn cung AM bằng $\frac{1}{4}$ đường tròn)

Lại có: $\angle MCD = 45^\circ$ (vì $\angle ACB = 45^\circ$)

Tứ giác MNDC có $\angle MCD = \angle ANM = 45^\circ$ nên nội tiếp được đường tròn (góc trong bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện)

3. Chứng minh $AM.AC = AN.AD = 4R^2$.

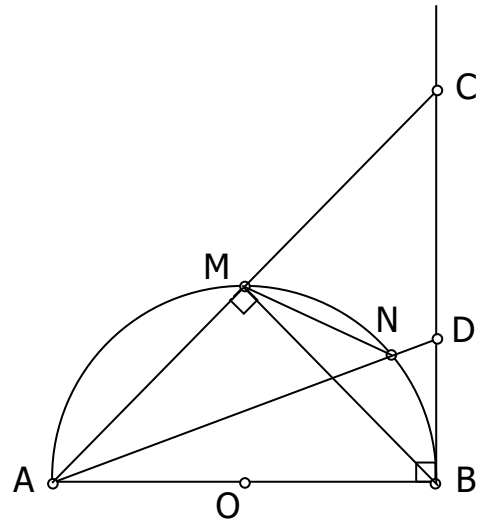
Ta có: $\angle CAD = \angle NAM$ (1) $\angle ANM = 45^\circ$ (góc nội tiếp chắn $\frac{1}{4}$ đường tròn);

$\angle ACD = \angle ACB = 45^\circ$ (câu c). Nên $\angle ANM = \angle ACD = 45^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle CAD \sim \triangle NAM$ (g-g). Suy ra: $\frac{AM}{AD} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AM.AC = AN.AD$

Tam giác ABC vuông tại B có BM là đường cao cho: $AB^2 = AM.AC \Leftrightarrow 4R^2 = AM.AC$

Vậy: $AM.AC = AN.AD = 4R^2$



Bài IV.

Ta có: $S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow 260\pi = \pi r.26 \Rightarrow r = 10$ (cm)

$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{(26-10)(26+10)} = \sqrt{16.36} = 24$ (cm)

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi 10^2 . 24 = 800\pi$ (cm³)

